

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE ESTÁTICA DE ESTACAS CARREGADAS
LATERALMENTE**

RAFAEL DE CASTRO BALLARIN

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM GEOTECNIA

BRASÍLIA / DF: FEVEREIRO/2016

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE ESTÁTICA DE ESTACAS CARREGADAS
LATERALMENTE**

RAFAEL DE CASTRO BALLARIN

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:

**MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD
(ORIENTADOR)**

**LUIZ GUILHERME RODRIGUES DE MELLO, DsC
(EXAMINADOR EXTERNO)**

**CARLOS RE CAREY MORFA, PhD
(EXAMINADOR INTERNO)**

DATA: BRASÍLIA/DF, 17 de Fevereiro de 2016.

FICHA CATALOGRÁFICA

BALLARIN, RAFAEL DE CASTRO

ANÁLISE ESTÁTICA DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE

v, 44 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil, 2015)

Monografia de Projeto Final - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Estacas

2. Carregamentos Laterais

3. Modelos Numéricos

4. Modelos Físicos

I. ENC/FT/UnB

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BALLARIN, R. C. (2015). ANÁLISE ESTÁTICA DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE. Monografia de Projeto Final, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 44 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Rafael de Castro Ballarin

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: ANÁLISE ESTÁTICA DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE

GRAU / ANO: Bacharel em Engenharia Civil / 2015

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta monografia de Projeto Final e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de Projeto Final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Rafael de Castro Ballarin

Quadra 02 Conjunto A1 Casa 22

73015-101 – Brasília/DF - Brasil

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 - Tipos de Fundação Superficial. Fonte: VELLOSO e LOPES, 2004. | 4 |
| Figura 2.2 - Tipos de Fundação Profunda. Fonte: VELLOSO e LOPES, 2004 | 5 |
| Figura 2.3 – Distribuição de Carga pela Ponta da Estaca. Fonte: VESIC, 1963 | 7 |
| Figura 2.4 - Rupturas possíveis devido ao carregamento lateral. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008. | 9 |
| Figura 2.5 - Modelo de Brinch-Hansen. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008. | 10 |
| Figura 2.6 - Modelo aplicado a estacas esbeltas. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008. | 10 |
| Figura 2.7 - Análise Elástica da Estaca. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008. | 11 |
| Figura 2.8 - Curvas p-y para uma estaca genérica. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008. | 12 |
| Figura 2.9 - Diferença conceitual entre módulo de elasticidade e resiliência. Fonte: CUÉLLAR, 2011 (modificada) | 13 |
| Figura 3.1 - Modelo Genérico em Elementos Finitos para o Solo. | 19 |
| Figura 3.2 - Modelo Genérico em Elementos Finitos para a Estaca. | 19 |
| Figura 3.3 - Ilustração do Equilíbrio de Tensões Horizontais no Passo Geostático | 24 |
| Figura 3.4 - Processo de Convergência por Newton-Raphson. Fonte: DASSAULT, 2011. | 25 |
| Figura 3.5 - Modelos Utilizados pelo software LPILE. Fonte: ENSOFT, 2011. | 27 |
| Figura 3.6 - Elemento Diferencial de Viga-Coluna. Fonte: ENSOFT, 2011. | 29 |
| Figura 3.7 - Modelo da Estaca em Diferenças Finitas | 30 |
| Figura 4.1 - Gráfico de Carregamento Lateral versus Deslocamento Horizontal da Cabeça da Estaca | 35 |
| Figura 4.2 - Gráfico de Deslocamento Horizontal vs. Profundidade da Estaca | 36 |
| Figura 4.3 - Gráfico de Momento Fletor versus Profundidade de Estaca | 37 |
| Figura 4.4 - Gráfico de Deslocamento Horizontal versus Carregamento Lateral | 38 |
| Figura 4.5 - Gráficos de Deslocamento Horizontal versus Profundidade da Estaca | 39 |
| Figura 4.6 - Gráfico de Momento Fletor ao longo da Seção da Estaca | 39 |
| Figura 5.1 - Distribuição de tensões no solo (esquerda), soerguimento do solo (superior direita) e deformação elástica na direção do eixo da estaca (inferior direita). | 42 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 3.1 - Resumo das características de cada método | 32 |
| Tabela 4.1 - Características do solo para o experimento de Kerisel (1965)..... | 33 |
| Tabela 4.2 - Características da estaca para o experimento de Kerisel (1965)..... | 33 |
| Tabela 4.3 - Características do solo para o experimento de Collotta et al. (1989) | 34 |
| Tabela 4.4 - Características geométricas da estaca para o experimento de Collotta et al. (1989) | 34 |
| Tabela 4.5 - Propriedades dos materiais da estaca para o experimento de Collotta et al. (1989) | 34 |

SUMÁRIO

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1. | Contexto Geral | 1 |
| 1.2. | Objetivo | 2 |
| 2. | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 3 |
| 2.1. | Fundações | 3 |
| 2.1.1. | Aspectos Gerais | 3 |
| 2.1.2. | Tipos de Fundação | 4 |
| 2.2. | Carregamentos Estáticos em Estacas | 6 |
| 2.2.1. | Carregamento Axial | 6 |
| 2.2.2. | Carregamento Lateral | 9 |
| 2.3. | Carregamentos Cíclicos Laterais em Estacas | 12 |
| 2.4. | Trabalhos Desenvolvidos na Universidade de Brasília | 14 |
| 2.4.1. | Abordagem quanto ao Modelo Físico | 14 |
| 2.4.2. | Modelo para a Análise do Carregamento | 14 |
| 3. | FORMULAÇÃO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL | 15 |
| 3.1. | Método dos Elementos Finitos | 16 |
| 3.2. | ABAQUS | 17 |
| 3.2.1. | Etapas para modelar a estaca carregada lateralmente | 17 |
| 3.3. | LPILE | 26 |
| 3.3.1. | Etapas para modelar a estaca carregada lateralmente | 27 |
| 4. | ANÁLISE E RESULTADOS | 33 |
| 4.1. | Resultados | 34 |
| 5. | CONCLUSÃO | 40 |
| 6. | BIBLIOGRAFIA | 43 |

1. INTRODUÇÃO

1.1. Contexto Geral

O desenvolver da humanidade requer gradualmente que a Engenharia encontre e adapte soluções práticas aos problemas que surgem, sem abrir mão da segurança dos indivíduos e da sustentabilidade dos empreendimentos realizados. A sociedade de consumo e a busca por eficiência requer, por sua vez, que as estruturas, em geral, sejam cada vez mais esbeltas e econômicas, nascendo por conseguinte novas tecnologias, materiais e modelos matemáticos precisos.

No âmbito de estruturas de fundação, a relação entre materiais sintéticos e o solo natural é intensa e muito estudada por depender de um grande número de variáveis, seja pelo lado do solo ou pelo lado da estrutura. A natureza do carregamento e fatores externos, como temperatura e umidade, corroboram com a necessidade de se estudar modelos efetivos para situações de grande escala, ignorados ou mal-interpretados quando se tratava de menores escalas.

Considerando que pode-se classificar as fundações conforme sua distribuição de carga no solo que as circundam, uma solução relativamente eficaz em fundações profundas, caracterizadas por dividir o carregamento tanto por atrito com os solo em sua lateral quanto pela compressão em sua ponta, é a de estacas, que seguem diversos modelos já testados e consagrados no mercado.

Dada a variedade de estacas, seja em número, inclinação, forma de execução ou materiais envolvidos, as estacas têm se mostrado eficientes para a transmissão de cargas da superestrutura para a infraestrutura em situações de variados tipos. A adaptabilidade a solos argilosos e arenosos torna a solução versátil para solos superficiais instáveis.

Normalmente, as estacas têm sido estudadas e utilizadas para carregamentos verticais de compressão, onde predominantemente os estudos de cargas axiais nos fornecem modelos analíticos e empíricos que resultam, com razoável precisão, a transmissão de tensões e deslocamentos ao longo da estaca.

Em casos menos estudados, o carregamento lateral das estacas gera efeitos inesperados no comportamento da estrutura e do solo na circunvizinhança, uma vez que menos estudos foram feitos a respeito desse tipo de carregamento e, portanto, poucos modelos foram capazes de modelar o comportamento preciso da interação solo-estaca.

Com a adição da variável tempo aos carregamentos laterais em estacas, pode-se simular casos reais da utilização das mesmas em sismos, plataformas *offshore*, cargas dinâmicas de vento e outros casos, onde a quantidade de estudos realizada não é suficiente para oferecer soluções econômicas e definitivas a eventuais discrepâncias nos modelos adotados.

As cargas de vento em torres eólicas, por serem concomitantemente laterais e cíclicas, oferecem uma oportunidade interessante de estudo dos efeitos de carregamentos não-axiais e não-estáticos nesse tipo de fundação.

O contexto de sustentabilidade inerente ao tema é atualmente escopo de inúmeras discussões em todo o planeta, levando a busca por fontes de energia alternativas sustentáveis a um nível de maior prioridade nas pesquisas de iniciativa pública e privada. A energia eólica, sendo limpa, renovável e aplicável em muitas zonas no globo terrestre, já é utilizada como fonte essencial de energia elétrica em muitos países. Destacam-se a Dinamarca e a China, onde a primeira possui 39,1% de sua energia gerada por torres eólicas, e a segunda possui 31% das instalações eólicas existentes ao todo. (GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL, 2015)

Prevê-se que a taxa de crescimento da capacidade de geração eólica mundial, atualmente de 396,6 GW, seja em torno de 12% ao ano até 2019 (GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL, 2015). Para o Brasil, espera-se que a capacidade atual, estimada em 5,9 GW, seja acrescentada em 3,9 GW durante o ano de 2015, incluindo 157 novos parques eólicos (GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL, 2015).

1.2. Objetivo

Modelar matematicamente e avaliar o comportamento de estacas carregadas lateralmente já estudadas experimentalmente.

Os objetivos específicos são:

- Avaliar diferentes tipos de modelos para estacas sob carregamento lateral, sejam analíticos ou numéricos, proporcionando uma ampla visão do tema abordado;
- Comparar os resultados dos modelos com os resultados experimentais, de forma a verificar preliminarmente a eficácia de cada um dos modelos em representar casos reais;

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse Capítulo tratará de um embasamento teórico acerca do assunto tratado. Primeiramente, fala-se brevemente sobre os tipos de fundação existentes e suas aplicações de forma generalizada.

Em seguida, discorre-se sobre os tipos de carregamento que podem ocorrer em estacas, abordando o que a literatura apresenta sobre como lidar com esses carregamentos e seus efeitos na estrutura de fundação.

Por fim, o capítulo aborda sobre a discussão do problema abordada recentemente na Universidade de Brasília, de forma a estabelecer uma linha guia para o desenvolvimento da segunda etapa do trabalho.

2.1. Fundações

2.1.1. Aspectos Gerais

Define-se por fundação a estrutura capaz de transmitir os esforços solicitantes da superestrutura ao solo. Para cada tipo de empreendimento existem soluções mais, ou menos, adequadas.

No que diz respeito à Mecânica dos Solos, para se modelar corretamente o solo que receberá uma fundação, deve-se ter noção da origem e formação dos solos, caracterização e classificação dos mesmos, percolação, controle de águas subterrâneas, resistências e capacidades inerentes, índices de deformabilidade, distribuição de pressões e cálculo de recalques (VELLOSO e LOPES, 2004). Essas informações são usualmente obtidas através de investigações geotécnicas que oferecerão, ao engenheiro projetista, o escopo do projeto. Mais elementos são necessários à execução do projeto, como a interferência de obras vizinhas. Contudo, deve-se limitar os parâmetros a questões não particulares, para que a observação dos modelos matemáticos seja mais representativa.

2.1.2. Tipos de Fundação

Pode-se dividir as fundações em dois grupos fundamentais: as fundações rasas e fundações profundas. A NBR 6122:2010 define fundações profundas como um elemento de fundação cuja ponta ou base esteja assente “em profundidade superior ao dobro de sua menor dimensão em planta, e no mínimo a 3,0 m” (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, 2010). Define-se, portanto, fundações rasas como elementos em que a carga é transmitida ao terreno pelas tensões distribuídas sob a base de fundação e que não obedeçam os limites impostos pela definição de fundações profundas.

Existem, ainda, fundações mistas que juntam elementos de duas ou mais formas de fundação, como radiers estacados ou sapatas associadas com estacas, que funcionam na particularidade de cada caso.

2.1.2.1. Fundações Superficiais

Dentro das escolhas de fundações rasas, destacam-se as do tipo sapata, sapata associada, sapata corrida, bloco, viga de fundação, grelha e radier, conforme apresentado na Figura 2.1.

Comumente se escolhe a utilização de sapatas rasas no caso em que os solos superficiais nos quais estão diretamente apoiados a superestrutura tenham boa capacidade de carga.

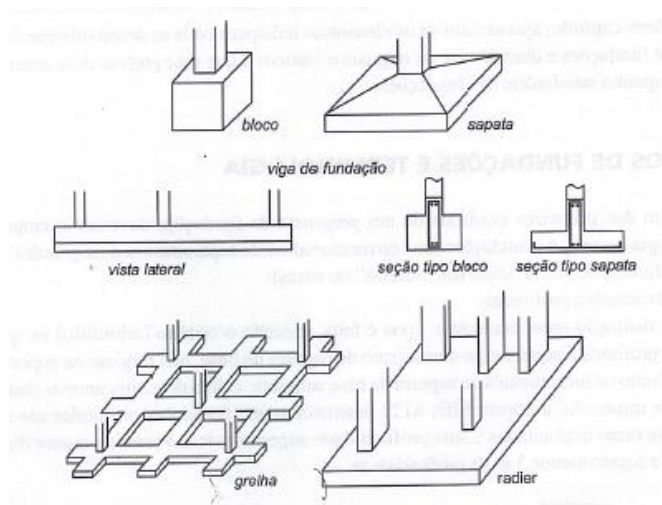


Figura 2.1 - Tipos de Fundação Superficial. Fonte: VELLOSO e LOPES, 2004.

As fundações superficiais, em sua grande maioria, não oferecem segurança contra tombamento ou arrancamento de edificações muito altas ou com cargas laterais elevadas, logo indesejáveis em situações onde se predominam cargas laterais, como o caso estudado nesse trabalho.

Podem ser aplicadas, alternativamente, soluções que minimizam casos de cargas laterais intensas, como rotações na sapata tendo em vista o caráter inclinado da resultante das forças. Para casos em que a carga lateral é predominante, contudo, essas soluções são insuficientes.

Contudo, deve-se ressaltar que o custo referente à produção e execução de fundações profundas é bem maior do que o de fundações rasas, logo devem-se realizar estudos completos da situação do solo da região, garantindo que a relação custo-benefício seja razoavelmente atendida.

2.1.2.2. Fundações Profundas

As fundações profundas mais usuais atualmente são a estaca, tubulão e caixão, que são apresentados na Figura 2.2.

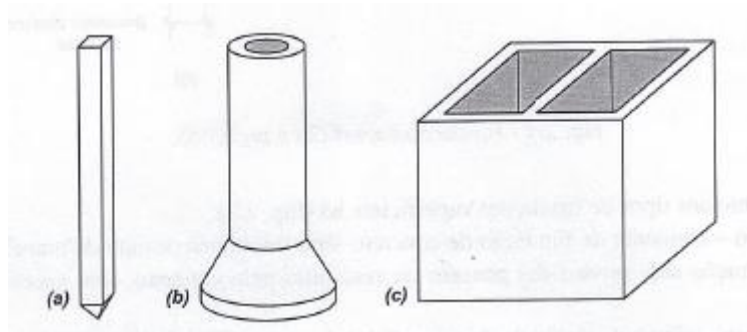


Figura 2.2 - Tipos de Fundação Profunda. Fonte: VELLOSO e LOPES, 2004

As fundações do tipo estaca e do tipo tubulão diferem, essencialmente, no fato de que, ao menos na fase final da execução, um operário precisa descer ao longo do tubulão. As fundações tipo caixão são prismáticas, geralmente concretadas na superfície e instalação por escavação interna. (VELLOSO e LOPES, 2004)

As estacas podem ser classificadas de acordo com o método executivo utilizado e o material que as compõem. Elas podem ser moldadas *in loco* ou pré-fabricadas, escavadas ou injetadas, todas com suas particularidades mas sem alteração na base do método de cálculo para o esforço resistente (BOWLES, 1997).

2.2. Carregamentos Estáticos em Estacas

A interpretação estática do carregamento pode ser assumida sempre que o carregamento for suficientemente estável ao longo do tempo, quando em comparação com a frequência de ressonância de uma dada estrutura. A maior parte dos carregamentos na Engenharia Civil podem ser vistos como estáticos sem perda de representatividade nos esforços, além de seus estudos serem base para a compreensão de carregamentos cíclicos.

2.2.1. Carregamento Axial

As estacas submetidas a cargas axiais podem ser, basicamente diferenciadas em cargas compressivas e de tração, onde o comportamento de cada solo vai ditar o dimensionamento apropriado da estaca.

Nota-se as estacas possuem duas frações para a transmissão da carga. A primeira delas equivale à compressão na ponta da estaca, função da área da base da estaca. A segunda delas é gerada pela fricção lateral no fuste da estaca, que depende da área superficial da lateral da estaca.

Enquanto em areias a parcela da compressão na ponta é aproximadamente entre 50 a 100 vezes maior que a parcela de cisalhamento no fuste, nas argilas essa razão é diminuída para entre 10 e 20 vezes (FLEMING *et al*, 2009);

Vale ressaltar que as propriedades de resistência e deformação diferenciadas entre argilas e areias requer um estudo cuidadoso do solo, onde resistências não-drenadas, armazenamento de poropressão, cimentação e mais fatores podem influenciar consistentemente no comportamento esperado do solo.

2.2.1.1. Carregamento Axial a Compressão

O uso de estacas é uma das formas mais antigas do homem para superar o suporte de estruturas em solos moles. Apesar de datar de vilarejos pré-históricos em proximidades de lagos, o projeto dos mesmos eram feitos todos baseados em empirismo e experiência.

A literatura moderna acerca do projeto de estacas se origina em 1893, com a publicação de *Piles and Pile Driving* por Wellington, da *Engineering News*, na qual foi proposta a célebre fórmula de cravamento de estacas (POULOS e DAVIS, 1980). Desde então, uma quantidade massiva de estudos foi feita a respeito, dando base a novos tipos de execução e novos tipos de interpretação para o problema de estacas.

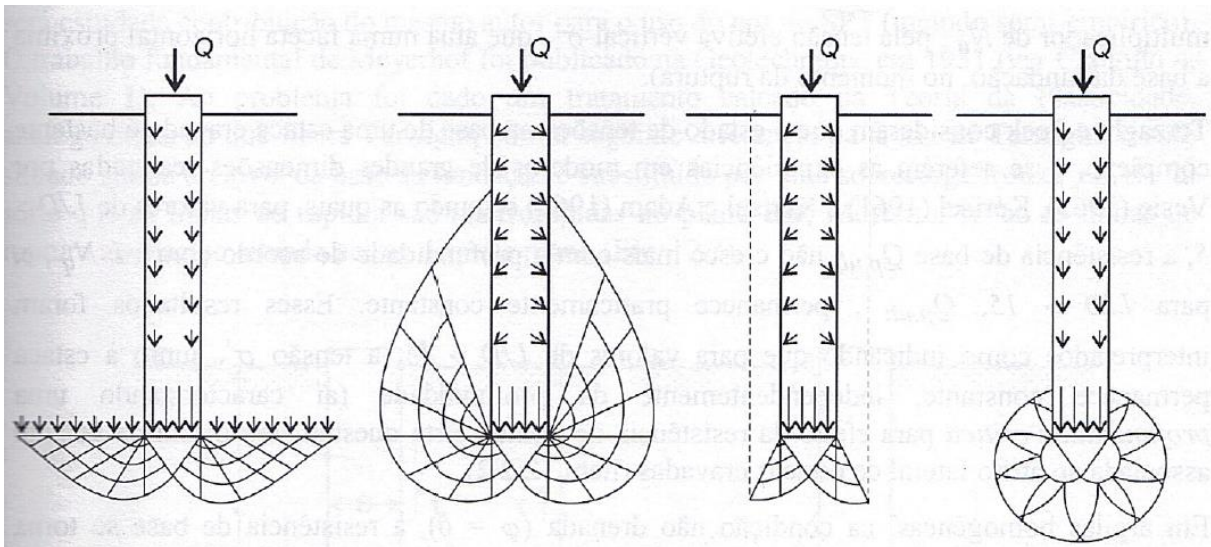


Figura 2.3 – Distribuição de Carga pela Ponta da Estaca. Fonte: VESIC, 1963

As formulações acerca da resistência do solo levam em conta, usualmente, teoremas elasto-plásticos de comportamento do solo. Para efeito de cálculo, considera-se um meio linear, homogêneo, isotrópico e contínuo. Contudo, sabe-se que os solos não seguem essas restrições, logo, qualquer representação física feita nesses termos gerará resultados que não representam integralmente o funcionamento dos mesmos.

Por isso, os estudos em Mecânica dos Solos são comumente aliados a fatores empíricos ou semi-empíricos que buscam corrigir, de certa forma, as irregularidades não representadas por modelos puramente analíticos.

No início do século XX, buscou-se adaptar a modelagem da interface solo-estaca com critérios de ruptura, o mais célebre deles sendo o de Mohr-Coulomb, voltado às tensões de compressão na ponta das estacas. Essa abordagem gerou diferentes modelos, apresentados e estudados por Prandtl (1920), Reissner (1924), Terzaghi (1943), Caquot (1964), Vesic (1963), Sokolovskii (1965), entre outros (BOWLES, 1997; POULOS e DAVIS, 1980; VELLOSO e LOPES, 2004). A Figura 2.3 apresenta alguns desses modelos.

O dimensionamento de estacas e a análise do solo recorre a esses modelos até hoje. Por terem sido amplamente testados, possuem certo grau de validade e chegaram a formulações similares entre si, divergindo em alguns valores de constantes. Atualmente se tem o recurso de análises numérico-computacionais mais complexas, que abrangem um número maior de parâmetros e dão estimativas fiéis do que ocorre com o solo, sendo possível a consideração de anisotropias, comportamentos dinâmicos e efeitos de temperatura nos cálculos.

2.2.1.2. Carregamento Axial a Tração

Diferentemente do caso de compressão, estacas sob tração resistem o esforço solicitante apenas com o cisalhamento ao longo do fuste. Nos casos onde o comprimento ou a área superficial da estaca não seja suficiente para suportar o arrancamento, pode-se adicionar peso morto sobre a estaca ou ancorá-la ao leito rochoso, sendo essa última geralmente a opção mais econômica (TOMLINSON e WOODWARD, 2008).

Estacas de concreto armado, por serem largamente aplicadas no mercado, possuem uma atenção especial nos estudos a tração, levada em consideração ainda a resistência a tração limitado do concreto em si.

O comportamento dessas estacas se mostra linear até certo ponto, onde seja a porção de argamassa rompe, seja o concreto entra em estado de fluência. Normalmente essa quebra no comportamento linear elástico acontece quando o carregamento a tração equivale entre 5% e 10% da resistência a compressão (ENGLAND, 2012).

Contudo, no que diz respeito ao solo, o efeito de arrancamento não sofre redução tão brusca. No caso de areias, duas diferenças principais foram percebidas por De Nicola e Randolph (1993) quanto ao atrito no fuste de estacas comprimidas e tensionadas: A primeira delas é a existência da contração e expansão devido ao efeito do coeficiente de Poisson sob o

fuste da estaca. A segunda, predominante em estacas pequenas, é devida às diferenças de tensão efetiva quando o solo é carregado em uma direção ou em outra. A razão entre a tensão de tração e compressão no fuste reside, portanto, entre 70 e 85% (TOMLINSON e WOODWARD, 2008).

Para as argilas, pode-se dimensionar a estaca utilizando-se as formulações do *Método ICP*, a ser apresentado no embasamento teórico, que servem tanto para compressão quanto para tração. Faz-se, contudo, uma pequena modificação na equação de cisalhamento na lateral do fuste, a fim de atender às características de contração da estaca. Sendo assim, as tensões de cisalhamento resistentes na interface solo-estaca, em casos de estacas tubulares com extremidade aberta, residem ao redor de 90% dos valores calculados sem a modificação na equação, ou seja, para casos de compressão (TOMLINSON e WOODWARD, 2008).

2.2.2. Carregamento Lateral

2.2.2.1. Resistência Final

A resistência total de um pilar vertical sob esforços laterais e a deflexão do mesmo, à medida que a carga se dissipa no solo, são assuntos complexos que geralmente envolvem o comportamento semi-rígido do elemento estrutural e do solo, que se deforma parcialmente de forma elástica e parcialmente de forma plástica (TOMLINSON e WOODWARD, 2008).

Nota-se que o comportamento das estacas sob esse tipo de carregamento depende muito da esbeltez e do comprimento da mesma, tendo em vista a alteração do centro de massa e da resistência à rotação da estrutura, como mostra a Figura 2.4. No caso de pilares curtos, a ruptura por deslocamento horizontal pode ocorrer antes da fissura por rotação, caso a cabeça da estaca possua travamento contra a rotação.

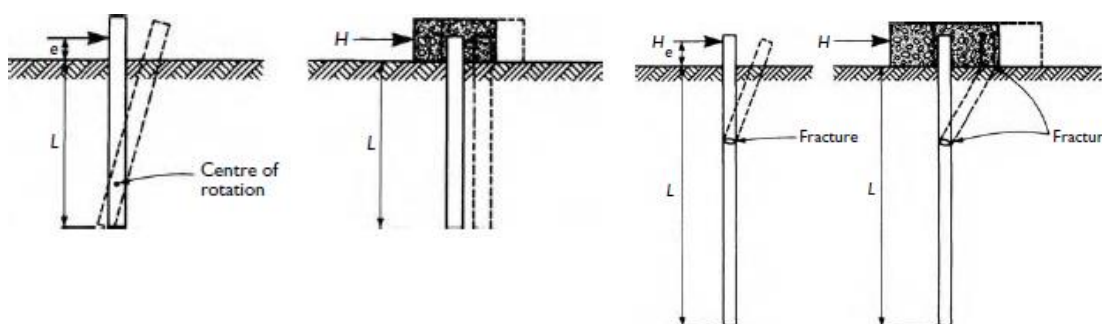


Figura 2.4 - Rupturas possíveis devido ao carregamento lateral. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008.

Portanto, o dimensionamento de estacas a um certo carregamento deve sempre checar, além da resistência última e a deflexão horizontal, possíveis deslocamentos horizontais excessivos. Logo, o primeiro passo para o cálculo de esforços laterais em estacas requer o direcionamento do problema para resolução como estaca rígida curta ou como estaca esbelta longa. Isso se faz através do cálculo de fatores de rigidez, intrínsecos à relação entre estaca e solo.

O Método de Brinch Hansen (1961), ilustrado na Figura 2.5, pode ser utilizado para calcular a resistência total de estacas rígidas curtas, e pode ser utilizado em solos com várias camadas. Para estacas classificadas como longas esbeltas, utiliza-se uma formulação simplificada com base no cálculo elástico das estacas como um cantilever simples, dependendo do possível travamento a rotação, de acordo com a Figura 2.6.

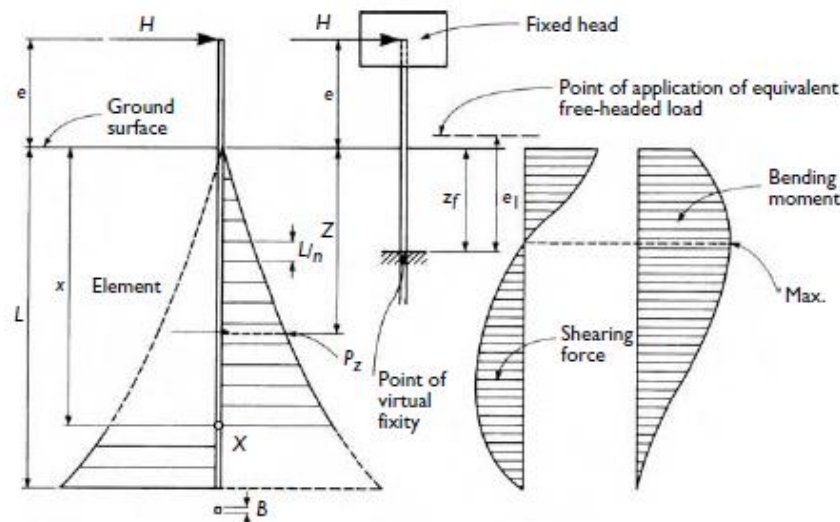


Figura 2.5 - Modelo de Brinch-Hansen. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008.

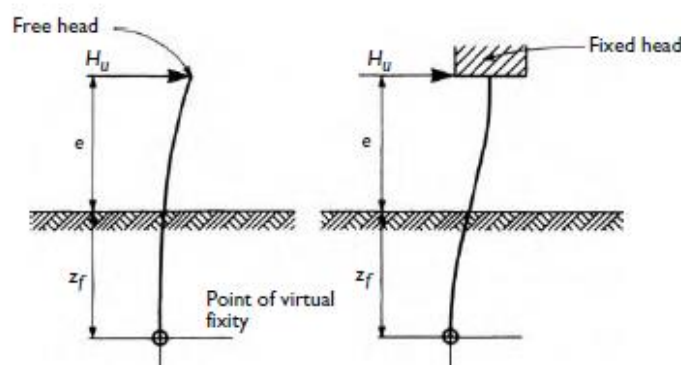


Figura 2.6 - Modelo aplicado a estacas esbeltas. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008.

2.2.2.2. Deslocamentos

Prever os deslocamentos laterais das estacas é fundamental para situações onde a carga lateral é significativa, uma vez que deslocamentos excessivos podem, mesmo com a estrutura ainda sob comportamento elástico, inutilizar a estrutura de fundação, causando danos na superestrutura.

O cálculo dos deslocamentos requer que se façam algumas simplificações, que variam de acordo com o solo estudado. Reese e Matlock (1960) propõem uma solução elástica para calcular o deslocamento ao longo da profundidade, considerando solos sem coesão cujo módulo de elasticidade cresce em proporção direta à profundidade do solo, partindo do valor nulo na superfície. A Figura 2.7 mostra genericamente, da esquerda para a direita, os deslocamentos, rotações, momentos fletores, esforços cisalhantes e reação no solo calculados a partir desse método.

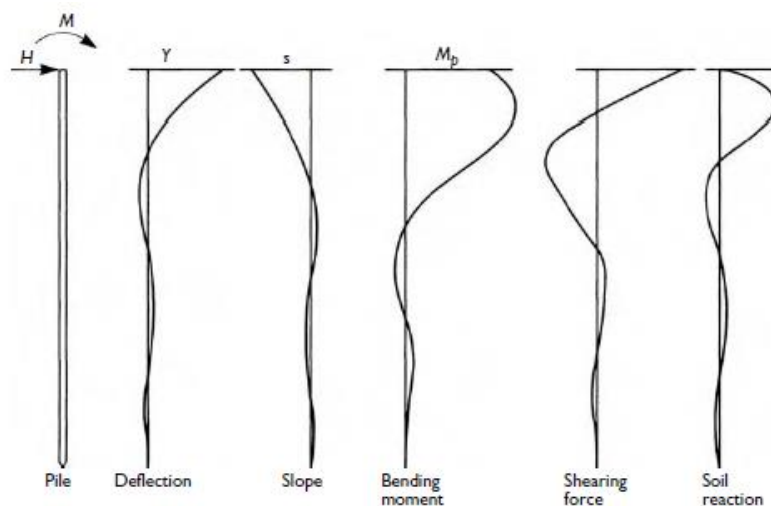


Figura 2.7 - Análise Elástica da Estaca. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008.

Davisson e Gill (1963), por sua vez, calcularam as deflexões a partir da suposição de que cada camada de solo possui um módulo de elasticidade fixo, com estacas e solo se comportando ambos elasticamente.

Quando, contudo, inclui-se nos cálculos o comportamento plástico do solo, ambos os modelos são insuficientes. A partir dele, porém, pode-se extrapolar o comportamento do solo em situações de plasticidade, a partir das curvas p-y, com ajuda de métodos computacionais. (FLEMING *et al*, 2009).

As curvas p - y relacionam a transferência de carga p com a deflexão y ao longo da profundidade do solo, a partir das quais podemos obter a deformação do solo a qualquer profundidade abaixo da superfície para uma gama de pressões aplicadas horizontalmente no solo, partindo de zero, até a plastificação do solo no cisalhamento último, quando a deformação aumenta sem qualquer aumento do carregamento (TOMLINSON e WOODWARD, 2008). A Figura 2.8 mostra duas formas de representação das curvas p - y .

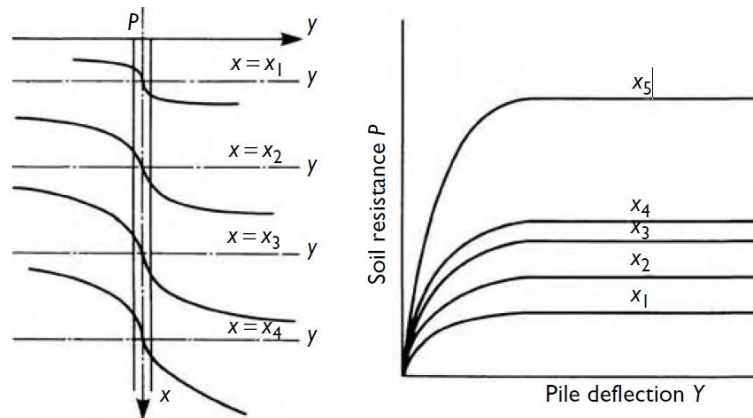


Figura 2.8 - Curvas p - y para uma estaca genérica. Fonte: TOMLINSON e WOODWARD, 2008.

Matlock (1970) e Reese et al. (1974) apresentam métodos para plotar as curvas p - y para argilas e areias, respectivamente. As curvas produzidas são particulares a estreitas faixas de solo que não são afetadas pelo carregamento sobre ou subjacente, independentes da rigidez ou do formato da estaca (TOMLINSON e WOODWARD, 2008).

O uso de métodos manuais para a determinação das curvas p - y consome enormes quantidades de tempo, portanto programas computacionais que geram essas curvas apenas com o *input* direto dos parâmetros do solo têm sido desenvolvidos em universidades e comercialmente.

2.3. Carregamentos Cíclicos Laterais em Estacas

Os estudos acerca de carregamentos cíclicos em estacas têm se dividido em duas tendências principais: abordagem simplificada, resultando em uma envoltória genérica do comportamento de carregamentos cíclicos; modelagem e formulações em um tipo de carregamento cíclico específico, com o intuito de prever mais precisamente o

comportamento da estaca. A abordagem menos específica comumente resulta em parâmetros a serem utilizados em projetos estáticos que possuam carregamentos cíclicos secundários.

O efeito mais intenso gerado por carregamentos cíclicos laterais em estruturas é o acréscimo nas rotações e deflexões. Esse acréscimo é normalmente explicado pelo acréscimo de deformações permanentes na estrutura, conhecido como *structure shakedown*, e pela degradação do solo levando a uma queda na sua resistência e no seu módulo de elasticidade, sendo que esse último tende a ser predominante (POULOS, 1988; CUÉLLAR, 2011).

Deve-se, a princípio, diferenciar o conceito de módulo de elasticidade do conceito de resiliência. O solo, ao sofrer certo número solicitações, tende a se compactar na direção do carregamento, dando uma resposta mais rígida ao carregamento a cada ciclo. No ponto em que a resposta elástica do solo passa a ser basicamente constante, pode-se considerar que a razão entre o carregamento e a diferença do valor da deformação relativa com retorno à origem relativa possui o nome de resiliência. O solo, apesar de reduzir o módulo de elasticidade secante comparado com o início devido a deformações permanentes, se torna cada vez mais rígido. A Figura 2.9 mostra a diferença entre conceitos.

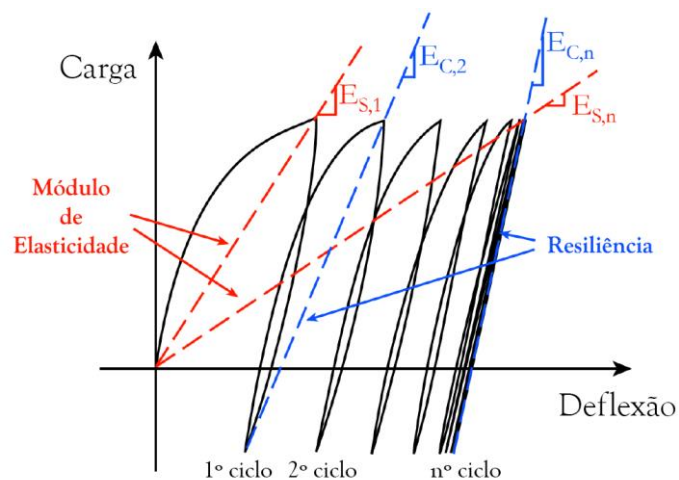


Figura 2.9 - Diferença conceitual entre módulo de elasticidade e resiliência. Fonte: CUÉLLAR, 2011 (modificada)

Os fatores mais relevantes, no que diz respeito a carregamentos cíclicos laterais, podem ser listados como: Efeitos gerados pela intensidade do carregamento, número de ciclos, direção dos ciclos, frequência de carregamento e características diversas (materiais, limites físicos, etc.).

2.4. Trabalhos Desenvolvidos na Universidade de Brasília

Devido à semelhança com a abordagem feita ao mesmo problema, a tese “Estudos Numéricos do Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente” (DE LA ROSA, 2014) será usada como guia no desenvolvimento do trabalho. Para melhor compreensão da dimensão do trabalho referenciado, faz-se aqui um resumo dos principais tópicos apresentados.

2.4.1. Abordagem quanto ao Modelo Físico

De La Rosa (2014), ao fazer um histórico sobre o cálculo de estacas, mostra quais são concepções mais adotadas e quais são suas limitações, que permitem uma visão evolutiva dos aspectos físicos e matemáticos considerados.

A dissertação supracitada apresenta o comportamento e interação solo-estrutura de estacas com carregamento lateral, de forma monotônica, considerando uma análise estática por meio de simulação numérica e ensaios com cargas de provas reais, onde se deseja atestar a eficiência do modelo numérico-matemático.

Para a análise da carga nas estacas e os devidos deslocamentos, De La Rosa (2014) versa sobre cinco categorias nas quais se classificam os métodos de abordagem de solo, sendo eles os Métodos Baseados na Capacidade Limite de Solo, Métodos Baseados no Módulo de Reação do Solo (Método de Winkler), Métodos de Transferência de Carga Baseado nas Curvas p-y, Métodos Elásticos e Métodos Numéricos (Elementos Finitos).

A partir desses cinco métodos, foca-se naqueles com abordagem numérica que vêm sendo mais evidenciados: O Método das Curvas p-y e o Método dos Elementos Finitos, em uma aproximação discreta e contínua, respectivamente, ao problema.

2.4.2. Modelo para a Análise do Carregamento

Após discorrer sobre as possíveis maneiras de se interpretar o carregamento lateral de estacas, De La Rosa (2014) analisa variadas estacas presentes na literatura, onde as cargas e deslocamentos foram definidos e catalogados, servindo como base de comparação quanto ao sucesso do modelo em representar um caso real. A calibração do modelo em elementos finitos com esses valores reais tem fundamental importância para a análise dos resultados obtidos e comparados a outros modelos.

Para a modelagem do solo, De La Rosa (2014) admitiu dois comportamentos presentes na literatura e disponíveis no *software* de simulação numérica em elementos finitos ABAQUS (SIMULIA, 2010). São eles o modelo de Mohr-Coulomb e o modelo de Cam-Clay, que permitem a interpretações diferentes da trajetória de tensões, logo resultados diferentes na análise global.

Para a modelagem das estacas, De La Rosa (2014) utilizou duas modelagens. A primeira considera que toda a estrutura da estaca e superestrutura seja única, rígida e indeformável, enquanto a segunda considera que essa estrutura tenha comportamento linear-elástico, similar a estacas de aço. Enfatizou-se o modelo rígido na maioria das análises feitas por De La Rosa (2014), tendência que será seguida ao longo do desenvolvimento desse projeto final.

Para a modelagem da interação solo-estaca, o ABAQUS (SIMULIA, 2010) já considera a interação automática entre as duas partes do modelo. Foi configurado, portanto, um contato normal (Hard Contact) na interface entre ponta da estaca e solo e um contato friccional (Penalty), onde se definem coeficientes de atrito e tensão de cisalhamento máximos através do Método α e Método β .

Ao final, De La Rosa (2014) definiu que a estaca estudada sofrerá um carregamento horizontal monotônico, desprezando-se o efeito cíclico que demanda um modelo de solo mais complexo, e desprezando-se também o efeito das cargas verticais.

3. FORMULAÇÃO NUMÉRICO-COMPUTACIONAL

A modelagem do problema com estacas e solos não-lineares utilizando o método dos elementos finitos também pode ser feita com softwares de cálculo numérico que não sejam estritamente idealizados para o cálculo de estacas carregadas lateralmente.

Programas como ANSYS ou ABAQUS possuem uma grande biblioteca de elementos finitos e modelos constitutivos que atendem a variados problemas físicos, incluindo o que se propõe nesta monografia.

Como tem-se usado ultimamente o software ABAQUS para a aplicação em solos e em estruturas diversas, decidiu-se trabalhar com ele para se criar um modelo numérico-computacional compatível com casos experimentais já testados.

O ABAQUS permite, ainda, que se estipule da forma desejada a zona da interface entre estaca e solo. O software LPILE vem pré-configurado para o cálculo de estacas laterais e permite menor manipulação na forma de modelar a estaca.

3.1. Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos, em uma perspectiva matemática, se trata de uma discretização do domínio, representando-o através de uma quantidade finita de elementos, que levarão não à resolução do problema em si, mas sim à de um problema associado – a forma fraca do problema original (GIACCHINI, 2012).

Cada elemento possuirá um número de dimensões compatível ao do problema interpretado. Ele pode ser representado por linhas em casos unidimensionais, triângulos e quadriláteros em casos bidimensionais e tetraedros ou hexaedros em casos tridimensionais, tais que representem de maneira mais fidedigna o domínio que se deseja discretizar.

Os elementos são associados a uma relação de tensão e deformação e se conectam por nós, de tal forma que a interação entre eles gere uma relação física congruente à realidade. Como a formulação inerente aos elementos finitos fornece valores precisos para os nós que constituem um elemento, uma interpolação deve ser feita na região entre elementos para que a relação entre os mesmos possa se estender de uma interpretação discreta para uma interpretação contínua.

Para lidar com o problema da formulação de estacas sob carregamento lateral, a viga será considerada como um elemento de viga unidimensional e contínuo. O solo, por sua vez, será modelado com uma malha em 3D com geometria axissimétrica, utilizando elementos cúbicos. A interface, por sua vez, configurará um terceiro conjunto de elementos que abranja as relações de cisalhamento inerentes à ruptura na interface, que difere da modelagem do solo.

O método dos elementos finitos está disponível ou implementado em programas comerciais e acadêmicos. Existe, na literatura e nos próprios manuais de utilização, material que apresenta a formulação de cada programa, além de exemplos de aplicações. Neste trabalho, serão utilizadas as ferramentas ABAQUS (SIMULIA, 2010) e LPILE (ENSOFT, 2011).

A primeira etapa do trabalho apenas reitera a importância do Método dos Elementos Finitos na resolução de problemas, como o que será tratado no prosseguir desse trabalho e

onde nem sempre uma formulação teórica está disponível e possui representatividade suficiente.

3.2. ABAQUS

Visto a dimensão do problema analisado e a quantidade de elementos necessários para fornecer resultados compatíveis, resolver o sistema de equações fornecido pelo MEF seria um processo moroso e ineficiente. Portanto, faz-se uso de um *software* que, além de realizar os cálculos dos elementos finitos necessários, com adequada biblioteca de elementos finitos, possui uma base de dados suficiente para simular o problema.

O ABAQUS (SIMULIA, 2010) foi utilizado na próxima etapa desse trabalho para a simulação da estaca sob carregamento lateral cíclico, simulação da interface solo-estaca, e simulação do solo, focando-se primariamente no solo e na interface, objetos do estudo aqui presente.

Utilizado em estudos similares (DE LA ROSA, 2014; FARO, 2014; MADABHUSHI e HAIGH, 1998), o ABAQUS (SIMULIA, 2010) fornece instrumentos suficientes para a modelagem desejada.

A modelagem computacional no *software* ABAQUS permite a variação de inúmeros parâmetros, de tal forma que se obtenham modelos fidedignos das estacas carregadas lateralmente, com nível de refinamento a ser definido pelo usuário.

3.2.1. Etapas para modelar a estaca carregada lateralmente

A interface visual do software permite a programação de um *input*, que abrange propriedades geométrica e físicas de modelos constitutivos preestabelecidos pelo programa. Cada passo do *input* será aqui explicado e se apresentará as definições matemáticas de forma superficial, para que se compreenda como o *software* as executa.

Primeiramente, observa-se que o programa se divide em duas partes: O ABAQUS/CAE e o ABAQUS Standard/Explicit. Enquanto o ABAQUS/CAE cuida da parte visual e organiza o *input* e o *output*, o ABAQUS Standard/Explicit lida com o processamento dos dados. Todos os cálculos que se desejar fazer podem ser executados, sem prejuízo aos resultados, apenas com o ABAQUS Standard/Explicit, a partir de scripts em linguagens como Python e FORTRAN. Dessa forma, o usuário pode também evitar as barreiras visuais do

ABAQUS/CAE de modo a impor que o ABAQUS Standard/Explicit compute modelos constitutivos ausentes na biblioteca do *software*, através de scripts diversos, como *UMATs*, *UELMATs*, dentre outros.

A função do trabalho, por sua vez, não é adentrar na navegabilidade do software, para isso podendo ser consultado uma série de manuais fornecidos pela SIMULIA, que abrangem estudos de caso e arquivos de base.

3.2.1.1. Geometria

Para a definição da geometria do problema, usou-se como base o estudo feito por De La Rosa (2014), onde se observou que um modelo cilíndrico para o solo é computacionalmente mais efetivo do que um modelo prismático retangular. O diâmetro desse cilindro, nos modelos estudados, será de 20 vezes o diâmetro da estaca estudada, independentemente do caso, como sugerido no trabalho supracitado. A altura do solo, também estudada por De La Rosa (2014), apresentou bons resultados entre 1,5 e 2 vezes a altura da estaca estudada.

3.2.1.2. Malha em Elementos Finitos

A malha em elementos finitos deve ser preparada com cuidado, de tal forma que o programa não perca muito tempo computacional calculando adaptações e simplificações que poderiam ter sido evitadas simplesmente por uma malha bem feita.

Para o caso em questão, recomenda-se que a malha seja axissimétrica com o eixo da estaca e que tenha maior densidade de acordo com a proximidade desse eixo, tal que se evite a concentração indesejada de tensões em nós próximos ao contato da estaca.

Seguindo o que foi aconselhado no trabalho de De La Rosa (2014), adotou-se uma malha lateral mínima de 0,25 metro, enquanto a malha vertical adotada foi de, no mínimo, 0,50 metro. O elemento utilizado para o solo denomina-se C3D8R, hexaedro 3D com 8 nós, presente na biblioteca nativa do *software*, caracterizado por representar meios contínuos e possuir integração reduzida a um ponto. Assumiu-se, contudo, que a região projetada verticalmente abaixo da estaca seja dividida em elementos C3D6, como da estaca, mas com propriedades de solo, para que os nós de ambas as partes coincidissem. O modelo genérico de solo pode ser observado na Figura 3.1.

Para a estaca, adotou-se a mesma divisão vertical da malha do solo. Sua divisão interna dos nós se dá de acordo como apresentado na Figura 3.2. Os parâmetros dados ao programas para a criação da malha são os mostrados imagem. O elemento utilizado para a estaca denomina-se C3D6, em formato de cunha, com 6 nós, também presente na biblioteca do *software*, caracterizado por possuir 2 pontos de integração.

A circunferência do solo e da estaca coincidem e são divididas em 20 arcos de circunferência. Vale ressaltar que o programa possui mecanismos de adaptação da malha para caso em que os nós não coincidam, mas esse tipo de ferramenta aumenta o tempo necessário para que ele atinja o resultado similar a uma malha que não requiera esse mecanismo.

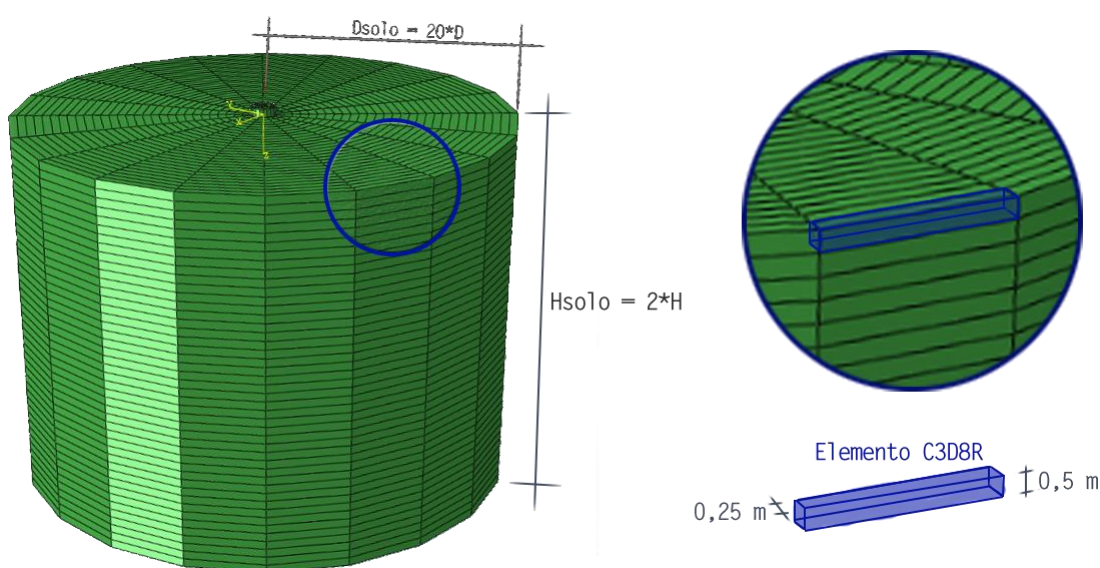


Figura 3.1 - Modelo Genérico em Elementos Finitos para o Solo.

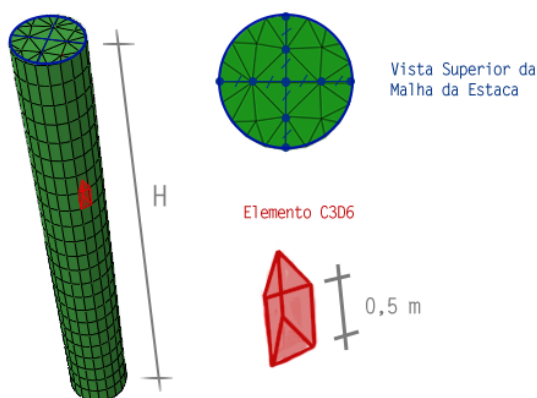


Figura 3.2 - Modelo Genérico em Elementos Finitos para a Estaca.

3.2.1.3. Materiais e Modelos Constitutivos

Para trabalhar com os elementos designados, o software faz uso de modelos constitutivos já consagrados na literatura para prever o comportamento da material desejado. Definem-se aqui, portanto, os modelos utilizados na composição do problema.

Para a estaca, adota-se três modelos constitutivos possíveis. O primeiro deles, mais simples, assume que a estaca seja um corpo rígido cujas deformações horizontais do material da estaca sejam tão pequenas que possam ser desconsideradas.

A segunda possibilidade de modelo considera a estaca como perfeitamente elástica, de concreto armado ou de aço. Nessa interpretação do problema, espera-se que a estaca se deforme elasticamente, ou seja, não apresente deformações plásticas, o que funciona razoavelmente bem quando se espera obter o comportamento da estaca e do solo em cargas de projeto, e não em carregamentos últimos. Para a definição das propriedades elásticas do material da estaca, pede-se o módulo de Young E e o coeficiente de Poisson ν , tal que se obedeça a lei de Hooke (SIMULIA, 2010).

Por fim, pode-se interpretar a estaca como de material elastoplástico, com deformação elástica até certo ponto e, depois disso, apresentando deformações plásticas. O comportamento plástico do aço e do concreto varia de um para o outro e varia, no caso do concreto armado, para a tração e a compressão.

No caso do aço, admite-se um comportamento de plastificação denominado pelo programa como *Classic Metal Plasticity*, ou simplesmente *Plasticity*. Admite-se que a plastificação se inicie a partir da superfície de Mises, seja isotrópica, não ocorra endurecimento do material ao longo da plastificação, e que a deformação inelástica ocorra na direção normal à superfície de plastificação (SIMULIA, 2010).

No caso do concreto armado, admite-se o comportamento do aço da armação conforme supracitado para estacas de aço. Para o concreto, admite-se na compressão um comportamento elástico até certo valor de tensão, compatível com a resistência do concreto usado na estaca, a partir do qual começa-se a acumular deformações plásticas até um valor de tensão máximo, onde ocorre a ruptura do material. Após a ruptura, o material possui um padrão de relaxação das tensões, a ser determinado pelo usuário. O concreto se comporta diferentemente à tração, tal que se admite uma ruptura mas abrupta em um valor de tensão muito inferior à resistência à compressão.

Esse modelo pode ser ajustado pela definição *Concrete Damaged Plasticity*, presente no ABAQUS, que pede os seguintes dados do concreto: Ângulo de dilatância, Excentricidade, razão da resistência em estado biaxial sobre resistência em estado uniaxial f_b0/f_c0 , razão K entre segunda invariante de tensão no meridiano de tração sobre o meridiano de compressão, parâmetro de viscosidade μ , além dos dados de Tensão vs. Deformação para o comportamento à compressão e dados de Tensão vs. Deslocamento para o comportamento à tração. Admitiu-se que o valor do ângulo de dilatância para o concreto será de 15 graus, conforme recomendação no trabalho de De La Rosa (2014), enquanto os demais valores, salvo os dados de comportamento a tração e compressão, são deixados como 0 para que o *software* utilize os valores padronizados que são comuns a uma ampla variedade de tipos de concreto.

Ao se criar o modelo para solo, utilizou-se o mesmo padrão para todas as opções de modelo de estaca. Admite-se que o solo possua comportamento elástico perfeitamente plástico. O trecho elástico é linear e isotrópico, com módulo de Young E e coeficiente de Poisson ν . Considera-se, ainda, que o solo possua o modelo de ruptura de Mohr-Coulomb, tal que a seguinte equação seja válida:

$$\tau = c' + \sigma' \cdot tg \quad (1)$$

Onde τ a tensão cisalhante de ruptura, c' a coesão efetiva do solo, σ' a tensão normal efetiva no solo e ϕ o ângulo de atrito interno do solo.

Para solos friccionais, predominantemente arenosos, adotou-se ângulos de atrito compatíveis, entre 37 e 45 graus, e coesão nula. Para solos coesivos, predominantemente argilosos, adotou-se ângulo de atrito nulo e coesão compatível com o caso experimental estudado.

Para o modelo da interface, programa permite que se modele a interação entre o solo e a estaca por meio das definições de contato. Difere-se a modelagem de contato em contato lateral, referente ao fuste, e contato de base, referente ao fundo da estaca. Os modelos de contato para o fundo se resumem a uma simplificação do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, tal que:

Para solos friccionais, tem-se que:

$$\tau_{rup} = \beta \cdot \sigma'_v \quad (2)$$

Onde $\beta = K_0 \cdot \tan \theta$. θ é o ângulo de atrito do contato, que pode ser considerado em média como $\frac{2}{3}\phi$, mas por simplicidade e segurança adota-se $\theta = \phi$.

Para solos coesivos, tem-se que:

$$\tau_{rup} = \alpha \cdot S_u \quad (3)$$

Onde S_u é a coesão não-drenada do solo e α é um fator que varia de entre 0,40 e 0,60 para argilas duras ou sobreadensadas e entre 0,80 e 1,00 para argilas moles ou normalmente adensadas (De La Rosa, 2014, *apud* Randolph & Gourvenec, 2011).

Observa-se que o modelo de contato não adiciona um critério de ruptura ao solo, e sim cria um para a região infinitesimal de contato entre os elementos finitos da estaca e do solo. Portanto, a região de contato, apesar de representar uma ruptura numa estreita faixa do solo, o programa a considera como uma camada independente entre a estaca e o solo, onde ao se atingir a ruptura, perde-se a continuidade entre um componente e o outro.

Para o contato lateral, o programa oferece a opção *Tangential Behavior*, onde se atribui ao contato do tipo penalidade (*Penalty*) um coeficiente de atrito equivalente a $\tan \theta$, considerando-se $\theta = \phi$, e onde se define uma tensão de cisalhamento de ruptura conforme explanado para solos friccionais ou coesivos.

Para o contato de fundo entre a estaca e o solo, não se considera mais o atrito nem a aderência coesiva entre o solo e a estaca, mas sim um contato normal entre duas superfícies, representado pela opção *Normal Behavior*, escolhendo-se a opção “*Hard*” *Contact*, permitindo-se a separação entre as superfícies após o contato.

Em ambas as definições de contato, tanto no fuste quanto no fundo da estaca, deve-se criar no programa uma propriedade geométrica, por meio da definição *Geometric Properties* nas propriedades da interação, onde o programa deixa de criar faixas de interação em ambas as superfícies de contato, e passa a considerar o contato em si como uma superfície entre os contatos.

3.2.1.4. Passos de Análise

O programa ABAQUS realiza a análise por meio de passos (*Steps*) onde se impõe novas condições de carregamento ao modelo e se calcula a influência de cada condição para os resultados desejados. Como o modelo é essencialmente mecânico, espera-se resultados baseados em tensão, deformação e deslocamento, e portanto precisa-se definir condições de contorno condizentes.

No Passo Inicial, o programa não permite nenhum carregamento ou imposições que não sejam interações, condições de contorno e campos predefinidos. A geometria do problema é verificada com dados dos materiais e das malhas de elementos finitos, e por fim nota-se se o modelo físico é estável ou falta-se definir variáveis para o início dos cálculos.

É nesse passo que se criam as condições de contorno do volume do solo no qual a estaca se encontra. Para todos os problemas modelados, diz-se que o solo está simplesmente apoiado na sua lateral e no fundo, sob única diferença de que no fundo não se permite deslocamento vertical. Define-se também, nesse passo, as interações entre estaca e solo.

Por fim, define-se no passo inicial um campo de tensões na parte correspondente ao solo. Esse campo de tensões impõe ao programa que o maciço de solo apresentado já mostra um estado de tensões geostático, e portanto ele não precisa comprimir quando a aceleração gravitacional for imposta. Esse campo de tensões pede como parâmetro o coeficiente lateral k_0 , com o qual o campo de tensões vertical transmitirá as tensões horizontalmente. Recomenda-se usar um valor que respeite a relação $k_0 = \frac{\nu}{1-\nu}$, onde ν é o coeficiente de Poisson definido nas propriedades elásticas do solo.

No Passo Geostático, mantêm-se as propriedades e relações determinadas no Passo Inicial, com a adição da aceleração gravitacional atuando em ambos estaca e solo. Faz-se esse processo para que o solo e a estaca se ponham em contato e transmitam tensões horizontais um ao outro, uma vez que o campo de tensões do passo inicial é determinado para o solo apenas. Caso o campo de tensões não tivesse sido determinado anteriormente, o solo sofreria deformações anteriores ao carregamento lateral, o que seria impreciso com a definição do problema. A Figura 3.3 ilustra a mudança na interação entre as partes, antes e depois do Passo Geostático.

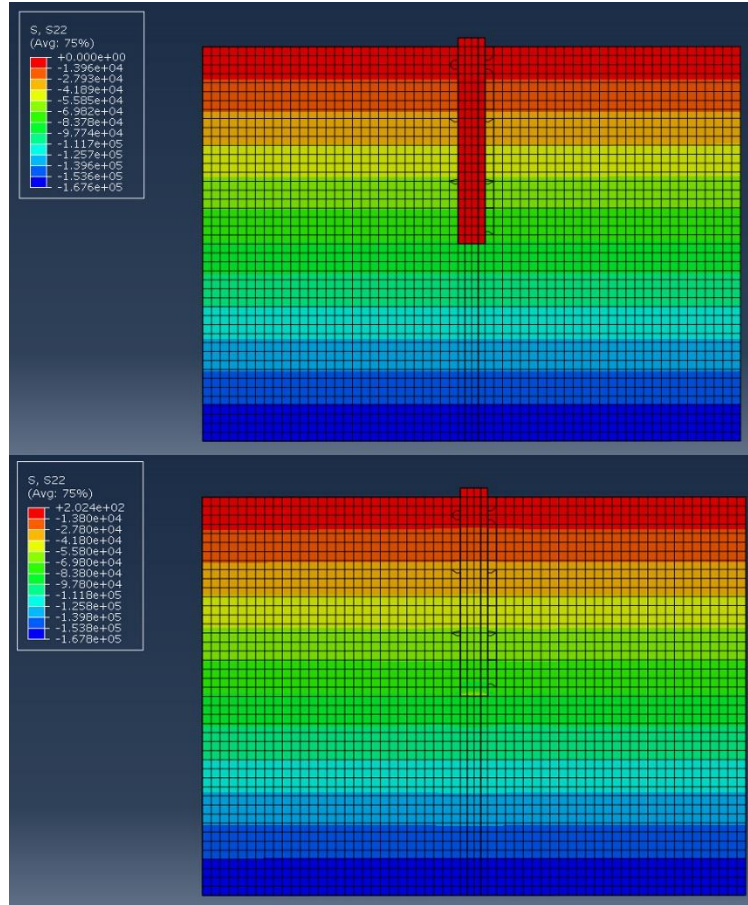


Figura 3.3 - Ilustração do Equilíbrio de Tensões Horizontais no Passo Geostático

O processo numérico pelo qual o programa resolve o problema geostático em questão consiste em criar, levando em conta todas as variáveis colocadas no *input*, um sistema de equações que discretize a equação de trabalhos virtuais (SIMULIA, 2010), tal que:

$$F^N(u^M) = 0 \quad (4)$$

Onde F^N é a componente de força relativa à n-ésima variável e u^M é o valor da m-ésima variável. Dada a inelasticidade do problema, essa matriz não pode ser definida apenas no início do cálculo, e por isso o processo é feito por meio de incrementos com ajuda do método numérico de Newton-Raphson.

O método de Newton-Raphson consiste em, com incrementos fixos ou variáveis na força aplicada, montar a trajetória $F(u)$ não-linear por meio de estimativas, conforme mostra a Figura 3.4.

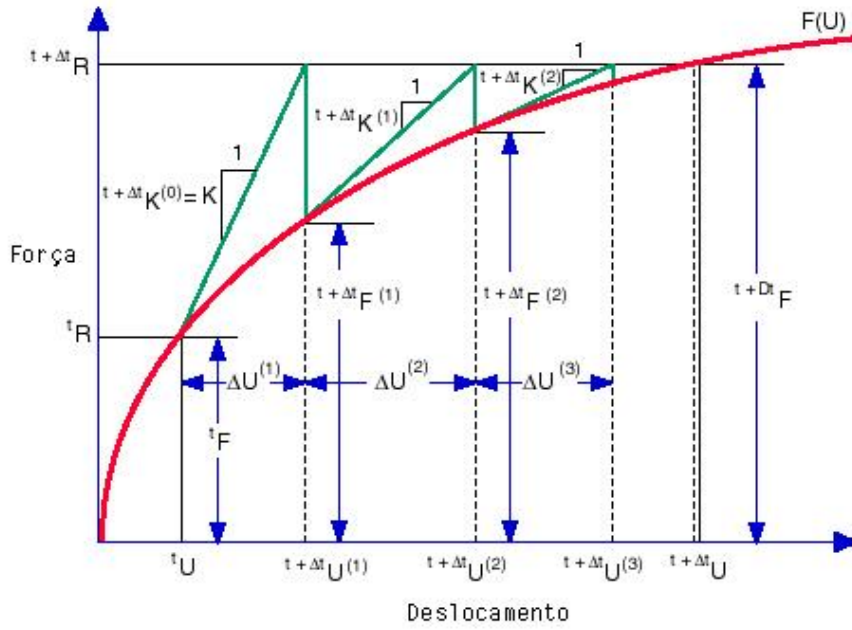


Figura 3.4 - Processo de Convergência por Newton-Raphson. Fonte: DASSAULT, 2011.

Espera-se que, com os dados impostos e o acréscimo da força ao problema em uma dada iteração i , se obtenha a seguinte equação:

$$F^N(u_i^M + c_{i+1}^M) = 0 \quad (5)$$

Onde c_{i+1}^M é a diferença entre a aproximação u_i^M e a solução exata da equação de equilíbrio discreta. Pode-se expandir a parte esquerda da equação em uma série de Taylor, de tal forma que:

$$F^N(u_i^M) + \frac{\partial F^N}{\partial u^P}(u_i^M)c_{i+1}^P + \frac{\partial^2 F^N}{\partial u^P \partial u^Q}(u_i^M)c_{i+1}^P c_{i+1}^Q + \dots = 0 \quad (6)$$

Dado que u_i^M seja uma aproximação razoável à solução, pode-se considerar que cada c_{i+1}^M e que todos os termos salvo os dois primeiros podem ser descartados. Dessa forma, tem-se que:

$$F^N(u_i^M) + \frac{\partial F^N}{\partial u^P}(u_i^M)c_{i+1}^P = 0 \quad (7)$$

$$K^{NP}c_{i+1}^P = -F_i^N \quad (8)$$

Onde K^{NP} é a Matriz Jacobiana e F_i^N uma simplificação escrita para $F^N(u_i^M)$. A aproximação seguinte é feita estimando-se que o incremento seguinte na variável seja o acréscimo que resultou na convergência, ou seja:

$$u_{i+1}^M = u_i^M + c_{i+1}^M \quad (9)$$

Sugere-se que para problemas estáticos o controle dos incrementos seja automático (SIMULIA, 2010), feito pelo próprio programa. Ele usa valores de incremento mínimo, incremento máximo, tempo total e número máximo de incrementos, valores definidos pelo usuário. Para cada *Step* e cada caso, adotaram-se valores que permitissem a convergência.

Como o processo de cálculo é iterativo, deve-se tomar cuidado para a escolha de incrementos de forma que a convergência seja possível. Para realizar esse controle, o programa se baseia nas forças residuais de cada iteração, analisadas consecutivamente, de tal forma que se julgue se a convergência é provável ou não. Caso ela seja improvável, o programa ajusta os incrementos de força para cada iteração e prossegue os cálculos. Caso ela seja provável, mantém-se o processo iterativo.

No Passo de Carregamento, adiciona-se ao Sistema de Forças do problema o carregamento lateral da estaca. Com efeitos similares, pode-se adicionar uma força lateral F na cabeça da estaca e medir os deslocamentos resultantes ou, inversamente, aplicar um deslocamento u à cabeça da estaca e medir os esforço lateral F em seguida.

Observa-se que, geralmente, os carregamentos são feitos com incrementos controlados de deslocamento e, além disso, a convergência é facilitada se simulado dessa forma (WEI REN, LESLEY H. SNEED, *et al.*, 2015). Portanto, optou-se por impor um deslocamento de 20% do diâmetro da estaca. A força lateral foi obtida da instância *Reaction Load* no ABAQUS, e a eventual ruptura da estaca foi identificada por meio da plotagem dos dados Força vs Deslocamento.

3.3. LPILE

O *software* comercial LPILE tem função específica de cálculo de estacas carregadas lateralmente, tendo em vista o mercado crescente na indústria offshore. Reese (2001) cita, na primeira edição do seu livro sobre estacas e grupos de estacas carregados lateralmente, como o *software* era o estado-da-arte em projetos de estacas com cargas laterais.

Diferentemente do ABAQUS, o LPILE permite a definição de alguns parâmetros de convergência, mas não se pode definir, por exemplo, questões de malha e propriedades elastoplásticas mais complexas dos materiais. Para qualquer análise, o modelo utilizado segue como ilustrado na Figura 3.5.

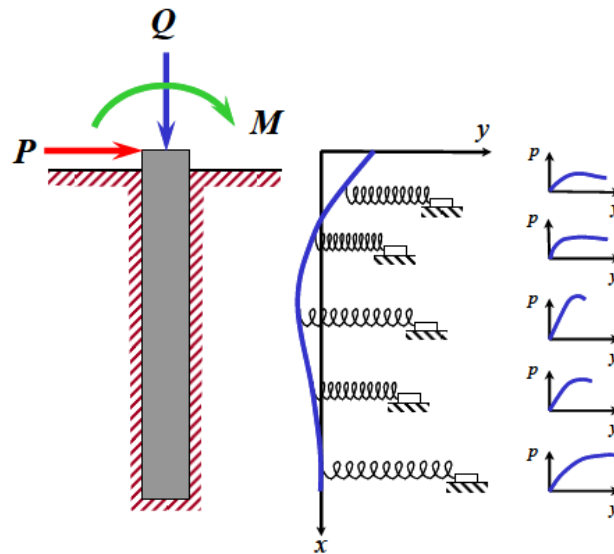


Figura 3.5 - Modelos Utilizados pelo software LPILE. Fonte: ENSOFT, 2011.

O programa usa modelos p-y variados, baseados em curvas experimentais obtidas de inúmeros estudos, para determinar o comportamento aproximado da estaca em cada solo e, portanto, poder determinar seu comportamento ao longo de um carregamento lateral qualquer.

3.3.1. Etapas para modelar a estaca carregada lateralmente

A interface do LPILE é muito mais simplificada que a do ABAQUS, permitindo ao usuário projetar com relativa facilidade uma estaca para carregamentos laterais. Contudo, é requerido que se saiba como funcionam as curvas p-y e que se tenha conhecimento do histórico de pesquisas feitas a respeito, uma vez que se escolhe o solo de acordo com padrões já existentes, como solos friccionais estudados por Reese (1975), e argilas moles estudadas por Matlock (1970).

3.3.1.1. Geometria

O LPILE permite a estratificação do solo em várias camadas e com propriedades diferentes em cada camada, uma vez que o Método das Curvas p-y usa o Modelo de Winkler, com curvas diferentes em cada faixa de solo. Quanto às estacas, o programa possui várias definições possíveis de seção da estaca, podendo o usuário definir mais de uma seção por estaca ou ainda seções que variam com altura.

O programa permite também atribuir à seção o material de concreto armado e aço, de acordo com as seções mais usuais utilizadas no mercado, ou ainda atribuir um material com comportamento elástico determinado.

Contudo, vale ressaltar que não-linearidades geométricas não podem ser perfeitamente analisadas devido à simplicidade do método em que se baseia o programa.

3.3.1.2. Materiais e Modelos Constitutivos

Quanto ao solo, usa-se o modelo p-y, utilizado para mostra a distribuição de deslocamento horizontal e carregamento em várias alturas na estaca, é criticado por não tratar o solo como um meio contínuo mas sim como uma série de molas posicionadas ao longo de da altura da estaca (ENSOFT, 2011). Contudo, a maioria dos seus resultados são baseados em experimentos realizados em escala real, tornando sua adaptabilidade a casos com vários tipos diferentes de solos aceitável e reconhecida.

Como critério de ruptura, por sua vez, considera-se que as areias sigam o modelo de Mohr-Coulomb com coesão nula, enquanto para argilas o programa considera tensões de cisalhamento máximas, proporcionais à resistência não-drenada do solo.

Para a definição da estaca, por sua vez, usa-se a equação apresentada por Henteyi (1946 *apud* ENSOFT, 2011), de um elemento de fundação do tipo viga-coluna, como apresentado na, tal que uma diferencial do comprimento siga a seguinte fórmula de equilíbrio de momentos:

$$(M + dM) - M + Qdy - V_v dx = 0 \quad (10)$$

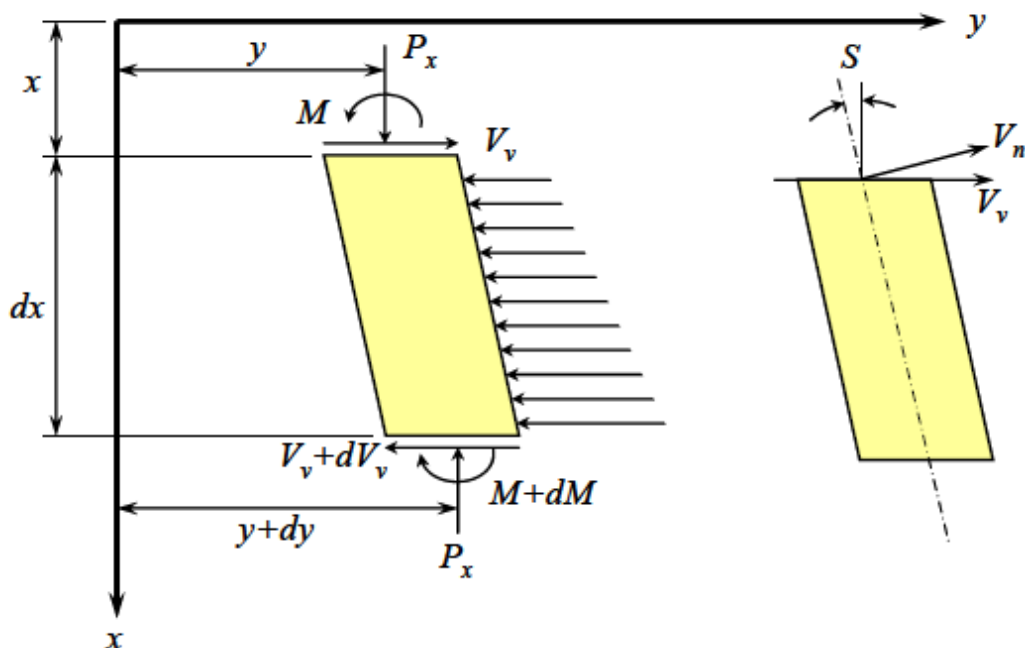


Figura 3.6 - Elemento Diferencial de Viga-Coluna. Fonte: ENSOFT, 2011.

O *software* realiza algumas simplificações de modo que a modelagem seja possível, para que a derivação da equação diferencial seja possível:

- I. A estaca é reta e possui seção uniforme
- II. A estaca possui um plano de simetria longitudinal, sobre o qual residem as forças e reações calculadas;
- III. O material da estaca é homogêneo;
- IV. O limite de proporcionalidade do material da estaca não é excedido;
- V. O módulo de Young do material da estaca é igual em tração e compressão;
- VI. Deflexões transversais são negligenciáveis;
- VII. A estaca não é submetida a carregamento dinâmico;
- VIII. As deflexões resultantes de esforços cisalhantes são suficientemente pequenas.

Contudo, uma outra forma para a solução dessa equação diferencial é dada pelo Método das Diferenças Finitas (MDF), utilizada pelo LPILE em suas análises. A solução em MDF, diferentemente da diferenciação analítica, é um processo iterativo e possibilita que:

- I. Os carregamentos axiais e de momento sejam contabilizados para uma análise de flambagem da estaca;
- II. A rigidez da estaca pode variar ao longo do comprimento;

- III. A rigidez do solo pode mudar em diferentes alturas, condizendo melhor com a realidade de solos muito estratificados;
- IV. Deslocamentos de solo em torno da estaca e movimentos de encosta ou esforços de poropressão podem ser contabilizados.

O modelo em MDF da estaca segue como na Figura 3.7, tal que:

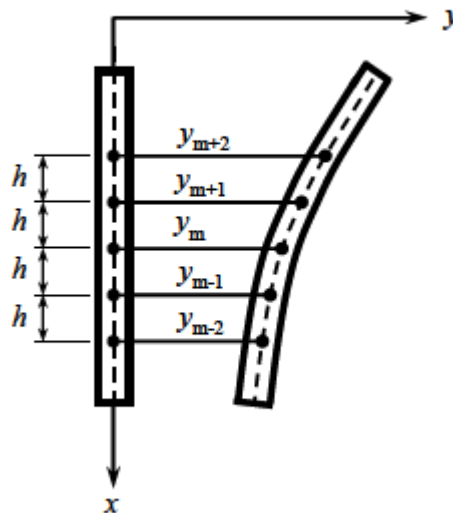


Figura 3.7 - Modelo da Estaca em Diferenças Finitas

As condições de contorno variam de acordo com as formas de restrição de movimento aplicáveis na cabeça de estaca.

A modelagem da interação solo-estaca no modelo p-y, usado para o solo, também leva em consideração a resposta do solo aos deslocamentos da estaca, portanto não há a necessidade de introduzir um terceiro elemento de interação entre a estaca e solo.

Essa é uma limitação do modelo pois interações entre solo e estaca que fujam o padrão de solos comuns não podem ser devidamente simuladas, tal que aditivos ao solo ou mudanças na geometria superficial da estaca não possam ser devidamente contabilizadas como fatores preponderantes.

3.3.1.3. Passos de Análise

Dada a diferença intrínseca à natureza de cada solo no que diz respeito às curvas p-y, o *software* LPILE aborda a problemática diferentemente para cada solo, onde cada tipo de solo possui uma resposta ao carregamento em função da distância da estaca.

Pode-se definir como passos gerais:

1. Obter os dados de *input*;
2. Usar equações de curvas características presentes na literatura para, a partir dos dados obtidos e coeficientes calculados, traçar uma curva p-y condizente com o comportamento do solo;
3. Computar os dados e fornecer os resultados de *output*.

A Tabela 3.1. fornece um panorama dos métodos apresentados nesse trabalho e compila as diferenças preponderantes entre os modelos.

Tabela 3.1 - Resumo das características de cada método

| | | Comportamento Linear | | Uniformidade do Material | | Modelo para a Interface | Modelo de Dano na Estaca | Software Utilizado |
|-----------------------|--|-------------------------|------|-----------------------------|------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|
| | | Estaca | Solo | Estaca | Solo | | | |
| Modelos Analíticos | Estaca e Solo Elásticos | Sim | Sim | Sim | Sim | Não | Não | - |
| | Estaca Rígida e Solo Plástico | Sim | Não | Sim | Sim | Não | Não | - |
| | Estaca Linear e Modelo p-y | Sim | Sim | Sim | Sim | Não | Não | LPILE |
| Modelos Numéricos | Estaca Não-Linear e Modelo p-y | Não | Sim | Não | Não | Não | Sim | LPILE |
| | Estaca Linear e Solo em Elementos Finitos | Sim | Não | Sim | Não | Sim | Não | ABAQUS |
| | Estaca Não-Linear e Solo em Elementos Finitos | Não | Não | Não | Não | Sim | Sim | ABAQUS |

4. ANÁLISE E RESULTADOS

A partir de cada metodologia apresentada, se deseja obter resultados comparáveis entre cada modelo com um resultado experimental. Dessa forma, se pode medir o grau de aproximação de cada método de cálculo de um caso real, adotando-se parâmetros iguais ou correspondentes em cada modelo.

Primeiramente, define-se duas estacas previamente estudadas: A primeira, por Kerisel (1965) e a segunda por Collotta et. al (1989). A primeira se trata de um solo coesivo e a segunda de um solo friccional.

Os dados foram retirados do trabalho de Abagnara (2009) e de De La Rosa (2014), que coletou e organizou os dados de cada experimento, fazendo as próprias análises e tirando as próprias conclusões. Alguns dos dados assumidos e aqui citados foram retirados desse trabalho e assumidos como aproximações válidas.

Kerisel (1965)

Uma das três provas de carga realizada por Kerisel (1965) se trata de uma estaca hexagonal de aço, que é analisada como uma estaca circular de diâmetro equivalente em inércia a flexão, tal que a rigidez da estaca $E_p I_p$ seja de $25500 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$. O solo que o envolve se trata de 3 camadas de solo argiloso medianamente duro de propriedades similares, que será considerado como uma camada única de solo, que possuirá as propriedades indicadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Características do solo para o experimento de Kerisel (1965)

| | Tipo | c (kPa) | ϕ (°) | E (kPa) | v (ad.) | γ (kN/m ³) | ψ (°) |
|------|--------|---------|------------|---------|---------|-------------------------------|------------|
| Solo | Argila | 115 | 0 | 60000 | 0,3 | 17,9 | 0 |

A estaca em questão, considerado um diâmetro equivalente para uma estaca circular, é parametrizada como:

Tabela 4.2 - Características da estaca para o experimento de Kerisel (1965)

| | E (kPa) | v (ad.) | D (m) | L (m) | e (m) | γ (kN/m ³) | σ_y (MPa) |
|--------|-----------|---------|-------|-------|-------|-------------------------------|------------------|
| Estaca | 200000000 | 0,3 | 0,43 | 5,10 | 1,00 | 25,00 | 248 |

Collotta et. al (1989)

Foi feito um estudo com com carregamento horizontal por Collotta *et al.* (1989), onde duas estacas foram testadas, e uma delas será abordada aqui. Trata-se de uma estaca circular de concreto armado, onde a relação L/D , diferentemente da estaca testada por Kerisel (1965), é grande o suficiente para se esperar uma possível ruptura a flexão antes de uma rotação devido ao deslocamento no solo. A armadura longitudinal é de aço Feb 44k com 11 barras de 20 mm de diâmetro e 11 barras de 30 mm de diâmetro, enquanto a armadura transversal consiste de estribos de 10 mm de diâmetro colocados a cada 30 cm de comprimento de estaca.

O solo no qual foi feita a prova de carga era originalmente composto de duas camadas de solos diferentes, contudo, para simplificar a análise, será considerada uma camada única, com os parâmetros indicados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Características do solo para o experimento de Collotta et al. (1989)

| | Tipo | c (kPa) | ϕ (°) | E (kPa) | ν (ad.) | γ (kN/m ³) | ψ (°) |
|------|-------|---------|------------|---------|-------------|-------------------------------|------------|
| Solo | Areia | 0 | 44 | 97500 | 0,3 | 22 | 0 |

Pra a estaca, os materiais seguem as seguintes propriedades:

Tabela 4.4 - Características geométricas da estaca para o experimento de Collotta et al. (1989)

| | D (m) | L (m) | e (m) |
|--------|-------|-------|-------|
| Estaca | 1,50 | 11,00 | 0,50 |

Tabela 4.5 - Propriedades dos materiais da estaca para o experimento de Collotta et al. (1989)

| Materiais | γ (kN/m ³) | E (kPa) | E_{fis} (kPa) | ν (ad.) |
|---------------------|-------------------------------|-----------|-----------------|-------------|
| Concreto (31,5 MPa) | 25,00 | 31387712 | 4828879 | 0,17 |
| Aço (440 MPa) | 735 | 210000000 | 210000000 | 0,3 |

4.1. Resultados

Com o software ABAQUS e LPILE, a partir dos dados definidos, foram comparados os resultados obtidos em cada um com os dados experimentais, de forma a, preliminarmente, validar o potencial de modelagem do solo e da estaca em cada caso.

Kerisel (1965)

Os resultados das curvas de carregamento aplicado versus deslocamento horizontal, tanto experimentais quanto calculados com os programas ABAQUS e LPILE, são apresentados na Figura 4.1.

Nota-se, a partir da Figura 4.1, a excelente concordância dos dados de deslocamento e carregamento na cabeça da estaca com os dados experimentais de Kerisel (1965), mesmo os dois métodos de cálculo sendo diferentes.

A Figura 4.2, por sua vez, apresenta os resultados de deslocamento horizontal versus carregamento, obtidas por meio dos programas. Percebe-se nela que a proximidade das curvas persiste.

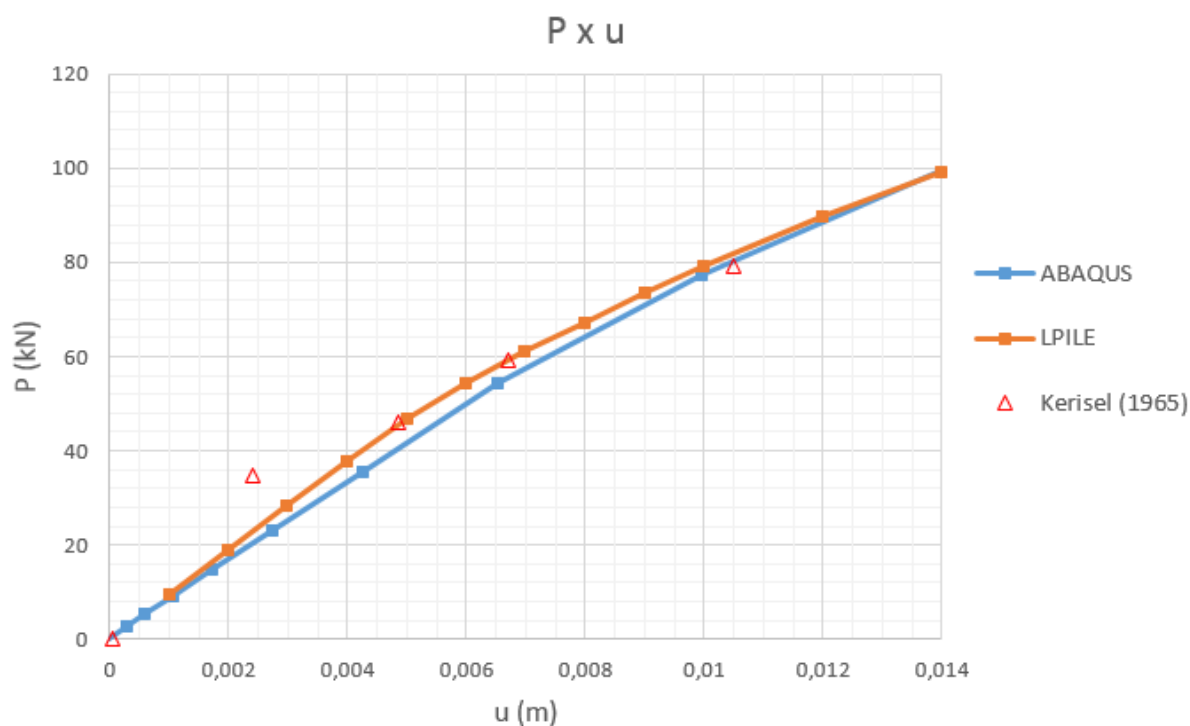


Figura 4.1 - Gráfico de Carregamento Lateral versus Deslocamento Horizontal da Cabeça da Estaca

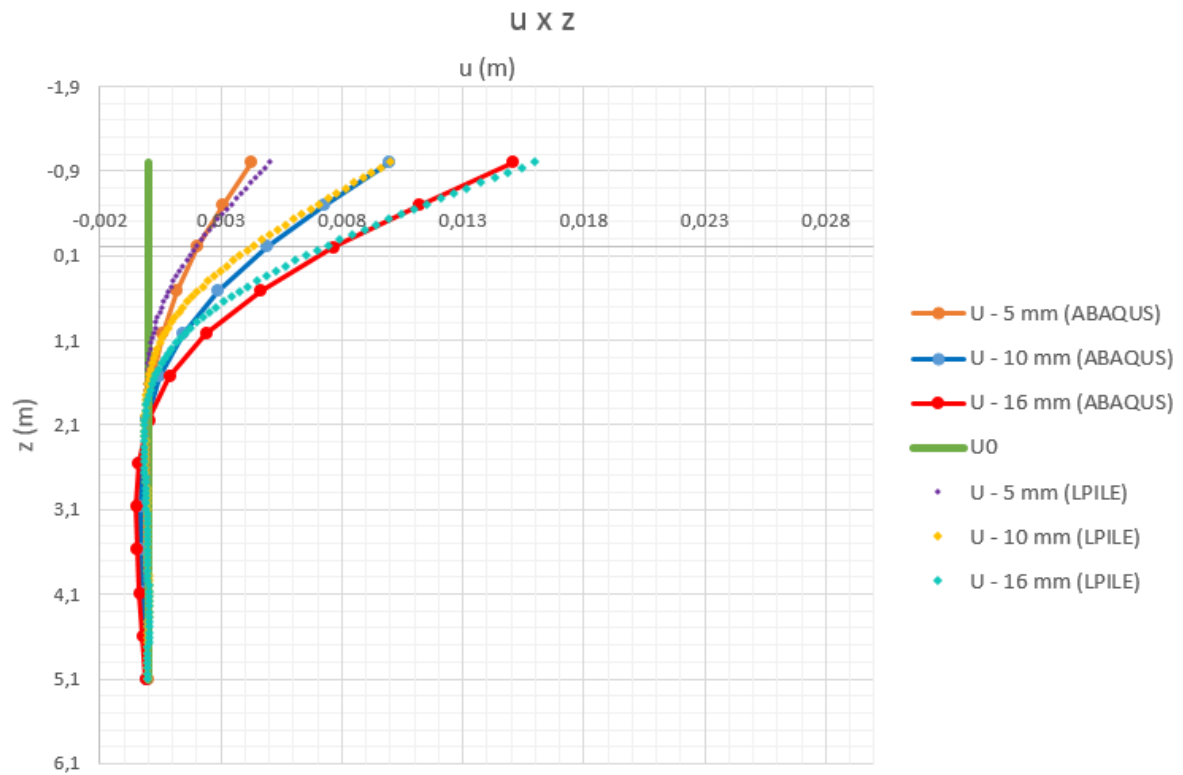


Figura 4.2 - Gráfico de Deslocamento Horizontal vs. Profundidade da Estaca

Por fim, plota-se ao longo da altura da estaca o desenvolvimento do momento fletor no gráfico da Figura 4.3. Esse é o ponto com maior discrepância, onde uma provável razão é a diferença da formulação analítica usada do LPILE com a modelagem numérica da estaca em elementos finitos. Além disso, o ABAQUS não possui um mecanismo intrínseco de fornecer os dados de momento fletor, portanto usou-se a relação $\sigma = \frac{M.y}{I}$ com os valores de tensão longitudinal na estaca.

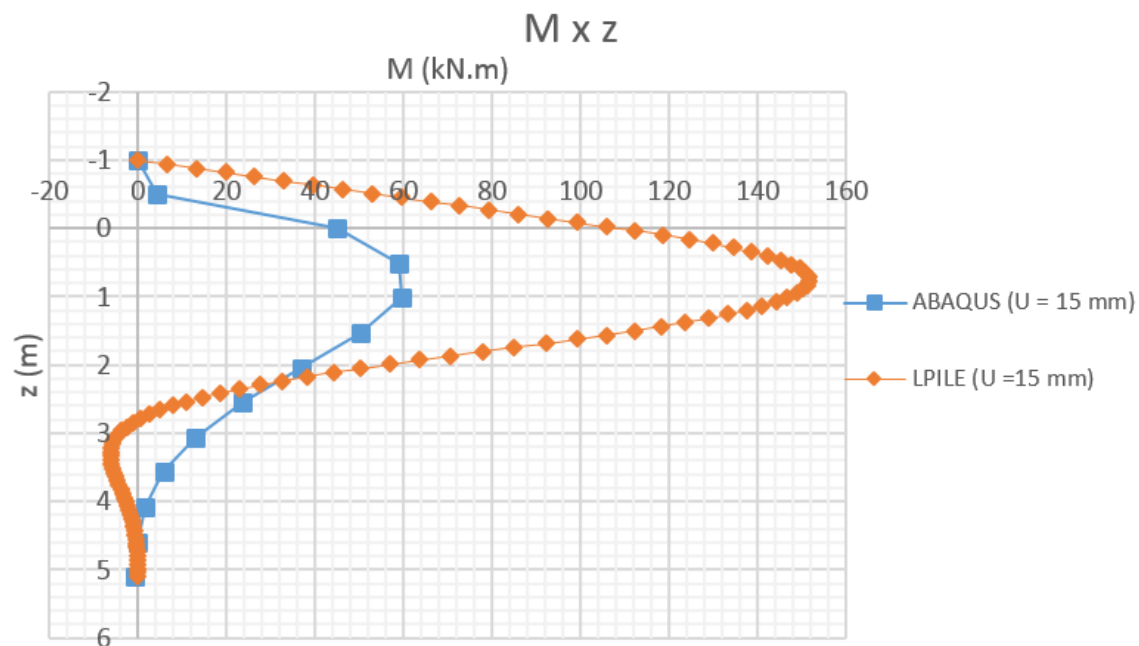


Figura 4.3 - Gráfico de Momento Fletor versus Profundidade de Estaca

Collotta et al. (1989)

A Figura 4.4 apresenta os dados obtidos em diferentes análises da estaca estudada por Collotta et al. (1989).

Ao se observar os resultados obtidos pelo LPILE e pelo ABAQUS, nota-se que há diferença de resultados principalmente no que diz respeito à resistência da estaca a partir de um certo carregamento. Na análise do LPILE, optou-se por considerar a fissuração do concreto, enquanto no ABAQUS considerou-se um modelo puramente elástico para a estaca, considerando uma estaca com rigidez normal ($E_p I_p$) e uma estaca com rigidez fissurada ($E_{fis} I_p$).

Abagnara (2009) fez uma simulação da mesma estaca, também utilizando o *software* LPILE, e seus resultados foram plotados para fins de comparação.

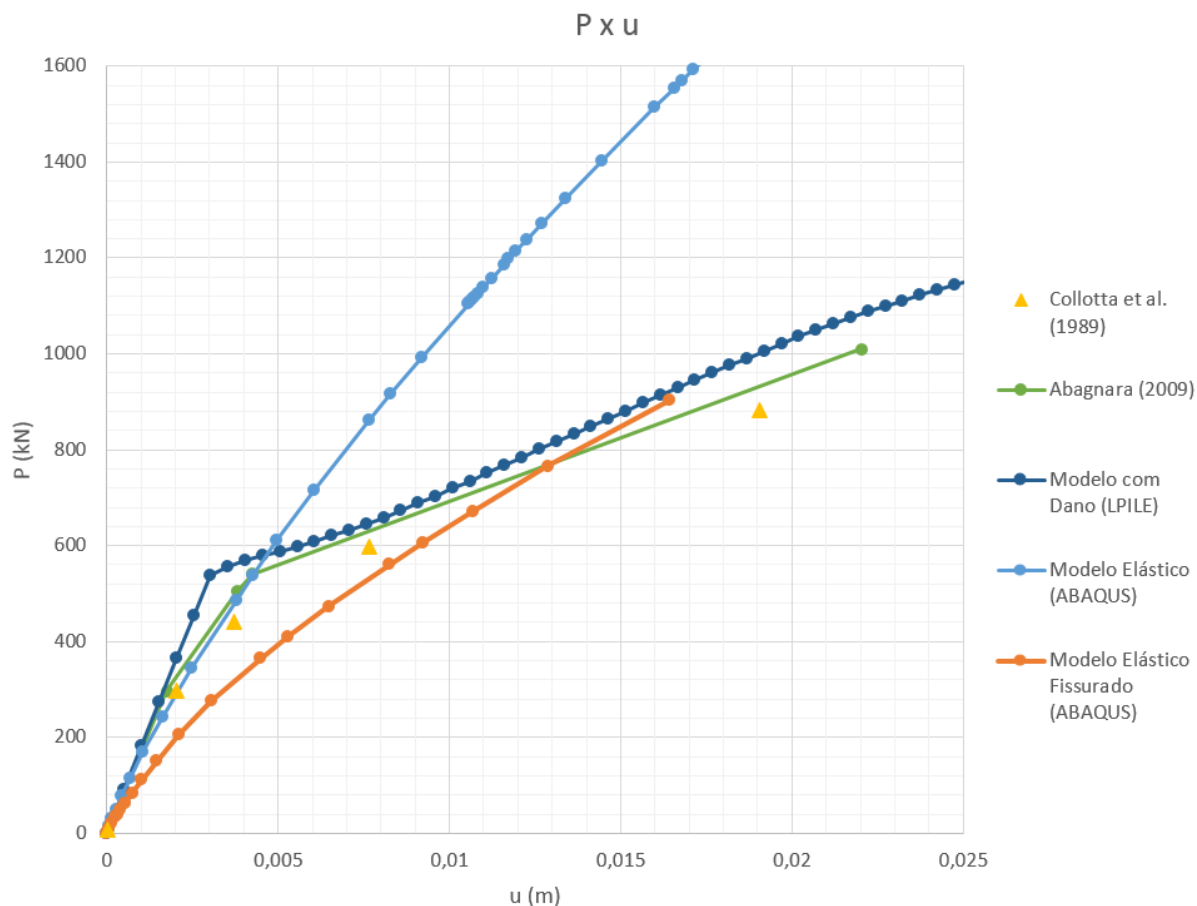


Figura 4.4 - Gráfico de Deslocamento Horizontal versus Carregamento Lateral

A Figura 4.5 dispõe a projeção aumentada dos deslocamentos horizontais em função da posição z na estaca, enquanto a Figura 4.6 apresenta a disposição dos momentos fletores em função da posição z na estaca, considerando-se o caso com rigidez normal no ABAQUS.

Quando se observa os deslocamentos horizontais na Figura 4.5, percebe-se que a maior diferença se dá em razão da fissuração que ocorre na profundidade 4 metros, o que é corroborado pela ocorrência do momento fletor máximo na estaca na mesma profundidade, fornecida pela Figura 4.6. Nota-se que o modelo do ABAQUS possui maiores momentos e localizados um pouco abaixo dos valores máximos no modelo do LPILE.

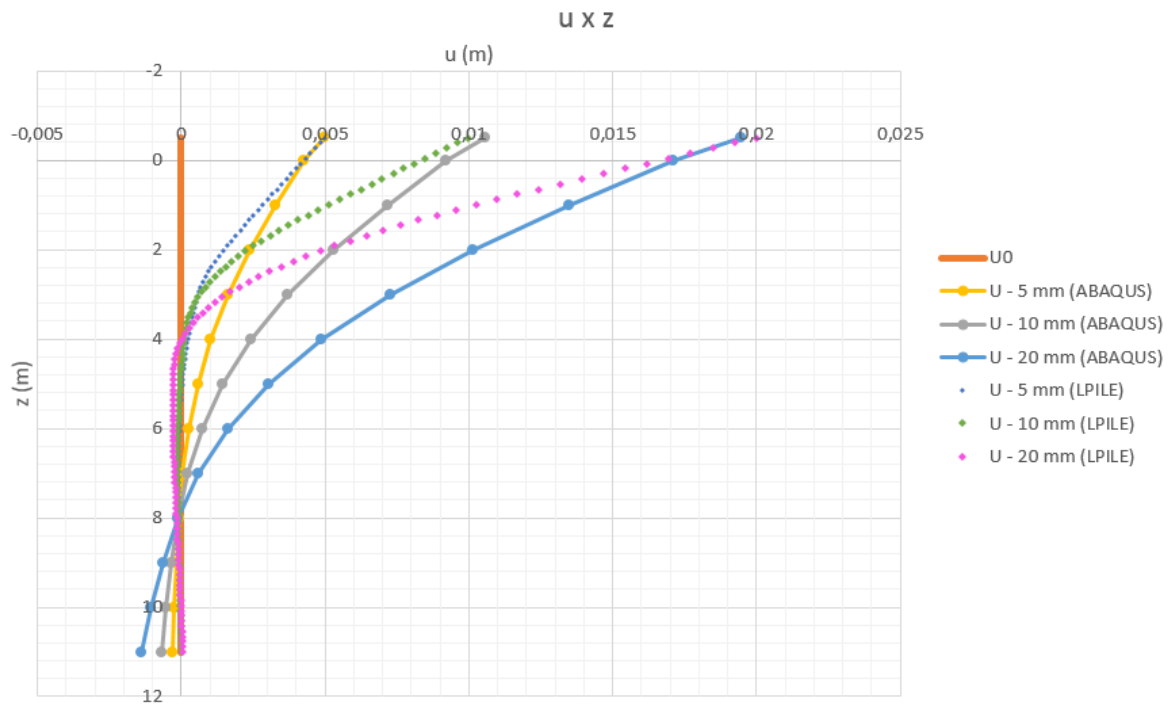


Figura 4.5 - Gráficos de Deslocamento Horizontal versus Profundidade da Estaca

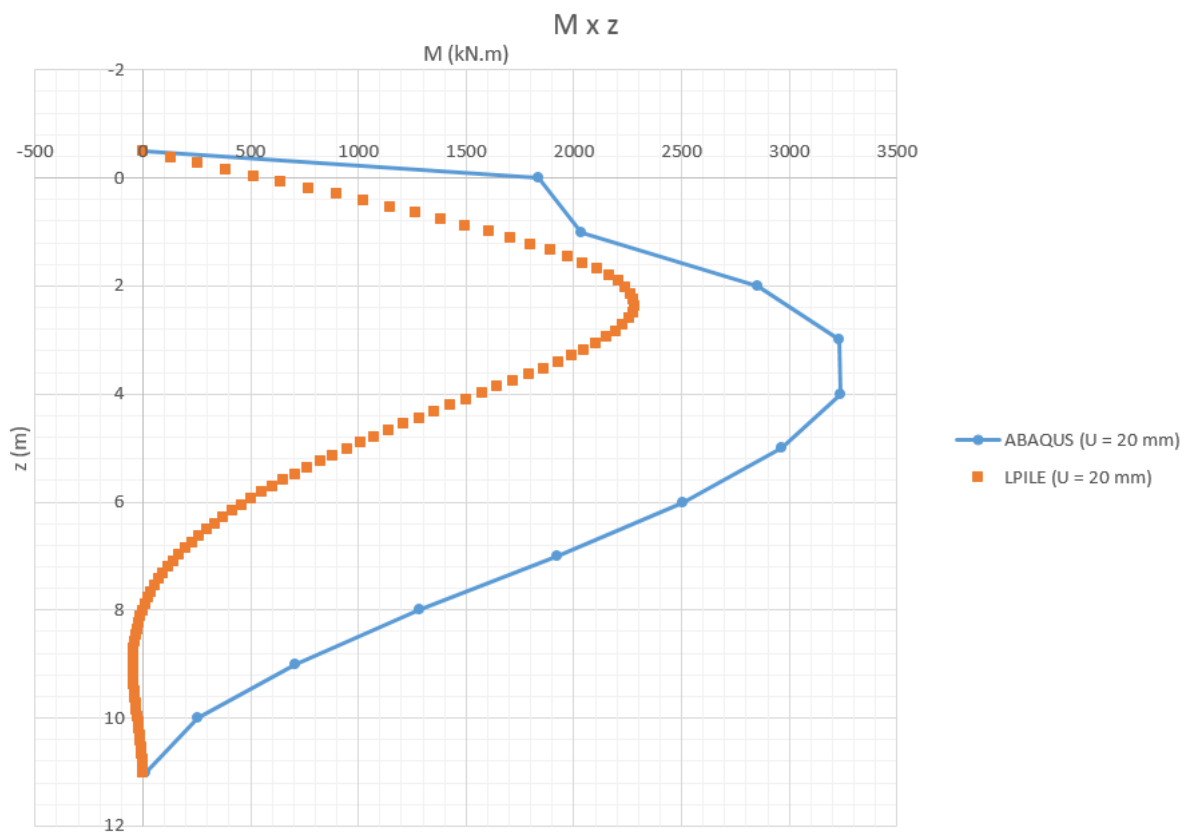


Figura 4.6 - Gráfico de Momento Fletor ao longo da Seção da Estaca

5. CONCLUSÃO

Com o desenvolver dos estudos numéricos e analíticos, pôde-se concluir que:

- A diversidade de abordagens reconhecidas na literatura para o cálculo do efeito de carregamentos laterais em estacas dá uma visão plural ao problema, onde não se limita a uma simples perspectiva da situação.
- Os estudos mais recentes têm sido capazes de realizar modelos cada vez mais complexos quanto às características inerentes ao solo e à estaca, levando em conta não-linearidades materiais e geométricas que representam o material utilizado na realidade prática com maior fidedignidade.
- Não há um modelo reconhecido como padrão para a modelagem de estacas carregadas lateralmente. Hoje em dia se utiliza principalmente os modelos p-y e a modelagem completa em elementos finitos, tal que pode-se elaborar modelos p-y através de modelos de elementos finitos ou utiliza-se a estrutura dos modelos p-y em modelos de elementos finitos. Ou seja, por mais que deseje-se discriminar as vantagens e desvantagens de cada um, prioriza-se no meio científico o entrelaçamento e evolução dos métodos antes que a antagonização dos mesmos.

No que diz respeito aos métodos numéricos, pela utilização dos programas ABAQUS e LPILE, observa-se que:

- As abordagens diferentes fornecem resultados de feição diferente, uma vez que LPILE se baseia em um método analítico e o ABAQUS usa métodos numéricos.
- Os resultados do LPILE são menos propensos a problemas de convergência e, definidas as não-linearidades segundo os critérios que o próprio *software* estabelece, os resultados são balizados pelos modelos já existentes de curvas p-y e de fissura de concreto, produzidos e atestados pela comunidade acadêmico-profissional como confiáveis. Por ser um *software* criado com o intuito de ser utilizado no mercado, por clientes não necessariamente versados em cálculo numérico, sua interface simples permite que menos erros de interpretação sejam feitos e que resultados razoáveis sejam atingidos, com uma curva de aprendizagem menos íngreme. Contudo, deve-se encaixar o solo estudado em uma das categorias definidas pelo programa ou, por meio de ensaios, criar uma nova categoria para o mesmo.

- Os resultados do ABAQUS são mais abrangentes quanto à diversidade de problemas possíveis em um contexto real, onde se abre a possibilidade para novas hipóteses de modelos constitutivos, interface solo-estaca, modelos de ruptura, modelos de dano, nível de detalhamento de cada parte do problema e a inserção de outras variáveis, como outras estacas na proximidade ou efeito de carregamentos que fujam do escopo do carregamento axial, lateral ou momento fletor na cabeça da estaca. O programa não se limita a cálculos geotécnicos de estacas, por sua vez cada hipótese de cálculo não é necessariamente protegida por definições preestabelecidas como no LPILE, logo cada parâmetro utilizado deve ser bem compreendido antes de ser adotado e considerado como válido.

- Não se pode definir qual *software* resolve melhor cada problema. O ABAQUS permite níveis de detalhamento crescentes, ou seja, o refinamento do modelo pode fornecer resultados cada vez mais próximos dado um tempo de computação desejável, além de se ter produzido nas últimas décadas um acervo considerável de análises em elementos finitos para que se saiba produzir um modelo de estaca carregada lateralmente sem maiores erros conceituais. Por outro lado, as curvas p-y possuem um nível de erro inerente à análise analítica que são, contudo, consistentemente verificadas pelo meio acadêmico. O LPILE é, hoje em dia, um dos programas mais célebres quanto ao cálculo de estacas carregadas lateralmente, portanto, vem sido adaptado com foco nesse tipo de problema, diferentemente do ABAQUS.

Quanto aos resultados obtidos, observa-se que:

- Ambos os programas se aproximam, com confiança, aos resultados experimentais de carregamento lateral versus deslocamento horizontal, respeitadas as hipóteses de cálculo.

- Se comparados aos dados experimentais, os modelos puramente elásticos fornecem bons resultados no horizonte de funcionamento da estaca, ou seja, para cargas de projeto. A divergência dos resultados aparece mais veementemente quando ocorre a plastificação da seção da estaca, o deslocamento excessivo do solo ou ainda a perda de continuidade da interface do solo com a estaca, comportamentos que fogem da linearidade e são a fonte da necessidade de modelos mais completos.

- Os dados de Momento vs Profundidade e Deslocamento Horizontal vs Profundidade fornecem comparação entre os dois modelos, não comparáveis com os casos experimentais por falta de dados, mas ajudam a compreender como se interpreta a distribuição de esforços e deslocamentos ao longo da estaca. O modelo de dano no LPILE pôde prever a plastificação da seção de concreto com os deslocamentos excessivos desde certa profundidade até a

superfície, hipótese corroborada pelo valor máximo do Momento Fletor no modelo do ABAQUS para a mesma seção que, contudo, não possuía o modelo de dano.

- O ABAQUS possui a vantagem de uma visualização mais fácil do problema a partir da interface gráfica de *output* que fornece a imagem do problema a cada iteração, podendo-se encontrar possíveis fontes de erros e visualizar efeitos que ocorrem em um caso real, como o soerguimento do solo no sentido do carregamento do solo, a distribuição dos esforços no maciço e a deformação elástica nas barras de aço, como mostrado na Figura 6.1.

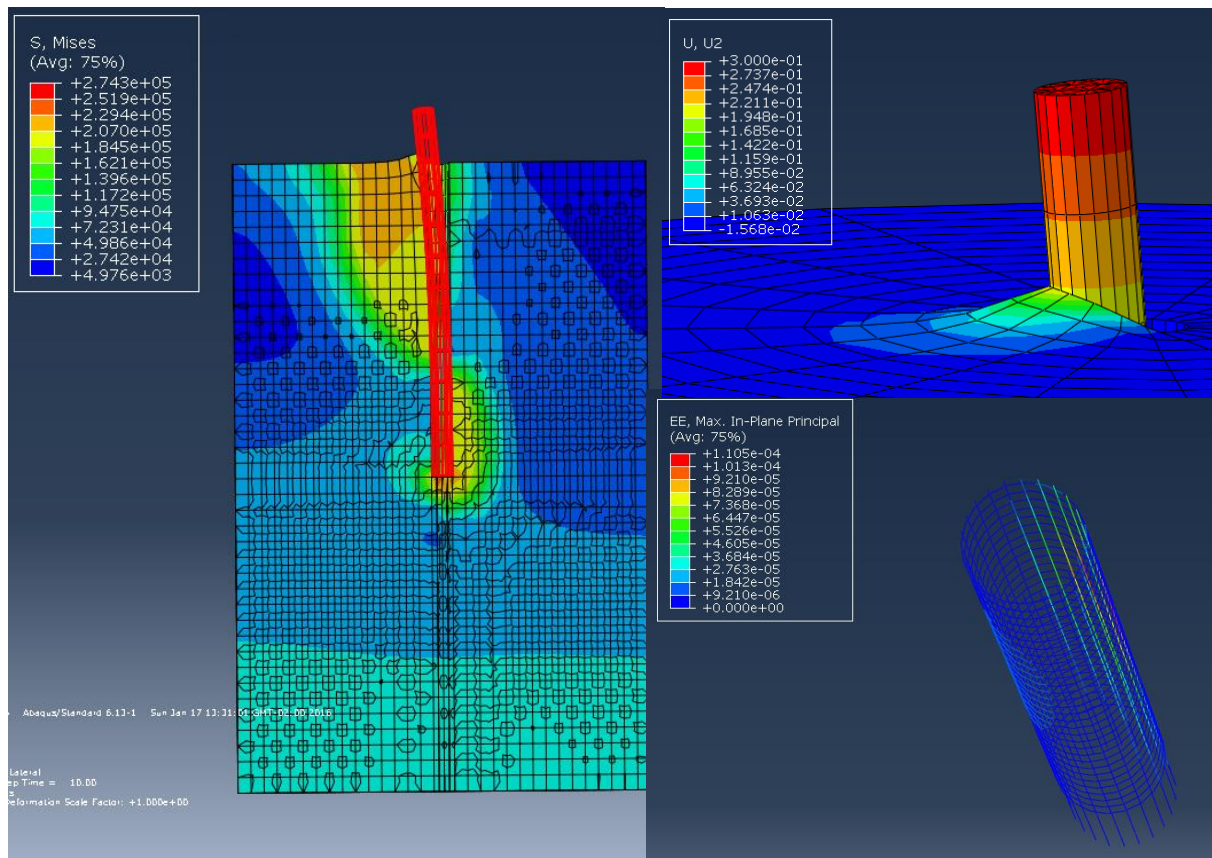


Figura 5.1 - Distribuição de tensões no solo (esquerda), soerguimento do solo (superior direita) e deformação elástica na direção do eixo da estaca (inferior direita).

6. BIBLIOGRAFIA

- ABAGNARA, V. Modellazione e analisi di pali sotto carichi orizzontali. Tesi di Dottorato, Università degli Studi di Napoli Federico II. [S.l.], p. 463. 2009.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6122: Projeto e execução de fundações, Rio de Janeiro, p. 3, 2010.
- BOWLES, J. E. Foundation Analysis and Design. 5th. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1997.
- CUÉLLAR, P. Pile Foundations for Offshore Wind Turbines: Numerical and Experimental Investigations on the Behaviour under Short-Term and Long-Term Cyclic Loading. Technischen Universität Berlin. Berlin. 2011.
- DE LA ROSA, J. Estudo Numérico do Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente. Universidade de Brasília. [S.l.], p. 134. 2014.
- ENGLAND, M. On the subject of Piles in Tension. Fugro Loadtest Ltd. Middlesex. 2012.
- ENSOFIT. Technical Manual for LPILE, Version 6. [S.l.]: [s.n.], 2011.
- FARO, V. P. Carregamento Lateral em Fundações Profundas Associadas a Solos Tratados: Conceção, Provas de Carga e Diretrizes de Projeto. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 349. 2014.
- FLEMING, K. Piling Engineering. 3rd. ed. [S.l.]: Taylor and Francis, 2009.
- GIACCHINI, B. L. Uma breve introdução ao Método dos Elementos Finitos. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2012.
- GLOBAL WIND ENERGY COUNCIL. Global Wind Report Annual Market Update 2014, 2015.
- GONZÁLEZ, J. D. L. R. Estudo Numérico do Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente. Universidade de Brasília. Brasília, p. 134. 2014.
- HACHICH, W. (Ed.). Fundações: teoria e prática. 2a. ed. [S.l.]: Pini, 1998.
- MADABHUSHI, S. P. G.; HAIGH, S. K. FINITE ELEMENT ANALYSIS OF PILE FOUNDATIONS SUBJECT TO PULL-OUT. [S.l.]: [s.n.], 1998.
- MATLOCK. Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay. [S.l.]: [s.n.], 1970.

- POULOS, H. Cyclic Stability Diagram for Axially Loaded Piles. JOURNAL OF GEOTECHNICAL ENGINEERING, 1988.
- POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. Pile Foundation Analysis and Design. [S.l.]: [s.n.], 1980.
- REESE; VAN IMPE. Single Piles and Pile Groups Under Lateral Loading. Londres: [s.n.], 2001.
- REESE; WELCH. Lateral Loading of Deep Foundations in Stiff Clay. Journal of the Geotechnical Engineering Division, v. 101, 1975.
- SIMULIA. Abaqus analysis user's manual. [S.l.], p. 679. 2010.
- TOMLINSON, M.; WOODWARD, J. Pile Design and Construction Practice. 5th. ed. [S.l.]: Taylor and Francis, 2008.
- VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R. Fundações. Nova. ed. [S.l.]: Oficina de Textos, v. I, 2004.
- WEI REN et al. Test Results and Nonlinear Analysis of RC T-beams Strengthened. International Journal of Concrete Structures and Materials, v. 9, Junho 2015.